

UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA



“ELABORACIÓN DE RECURSOS EDUCATIVOS PARA EL APRENDIZAJE DE LA HIPÉRBOLA PARA EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DE CUENCA”

**Trabajo de Titulación previo a la obtención
del Título de Licenciado en Ciencias de la
Educación en Matemáticas y Física.**

AUTORES:

**WILSON MAURICIO GUAMÁN JOYASACA
CI. 0105585236**

**PAÚL ANDRÉS SILVA ORDOÑEZ
CI. 0105972590**

TUTORA:

**MGS. SONIA JANNETH GUZÑAY PADILLA
CI. 0102140415**

CUENCA-ECUADOR

2017



RESUMEN

El presente trabajo de titulación se encamina en la implementación de recursos educativos que faciliten el aprendizaje de la Geometría Analítica; de manera concreta los contenidos acerca de la hipérbola, en los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

Cabe mencionar que la composición de la propuesta se desarrolla en base a tres capítulos, en donde se enuncia la utilización de recursos educativos como una nueva estrategia de enseñanza y aprendizaje tanto para el docente como para el estudiante en el estudio de la hipérbola, por lo cual nuestro trabajo se titula: “Elaboración de recursos educativos para el aprendizaje de la hipérbola para el laboratorio de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca”.

En el capítulo I, se examina el desarrollo del proceso educativo en las aulas, en donde convergen las corrientes pedagógicas; para ello se analiza el estudio de autores que representan el enfoque constructivista. Todo este enfoque está encaminado hacia la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, de manera específica al estudio de la Geometría Analítica en donde se describe materiales didácticos para el aprendizaje.

En el capítulo II, se presenta la parte diagnóstica, es decir lo que se refiere a la parte estadística de nuestra investigación; en donde se utiliza como herramienta principal para la recolección de datos, una encuesta. La cual permite identificar la problemática que existe en el aprendizaje de la Geometría Analítica, en el tema de la hipérbola. Al mismo tiempo fortalece la creación de recursos educativos como: una guía didáctica y material concreto que apoye tanto al docente como al estudiante en la construcción del conocimiento.

Por finalizar, en el capítulo III se muestra la estructura de la propuesta; la cual está conformada de 8 prácticas a realizarse sobre un geo-plano. Al mismo tiempo éstas se han elaborado en base a una guía didáctica la cual permite la correcta utilización de los materiales



concretos creados para cada práctica. Todos estos recursos educativos están vinculados a la construcción del conocimiento por parte del estudiante y que sirvan de apoyo en el avance de los contenidos planteados en la asignatura.

Palabras claves: Geometría Analítica, constructivismo, recursos educativos, guía didáctica, material concreto, proceso de enseñanza-aprendizaje de la hipérbola.



ABSTRACT

The present graduation work is directed at the implementation of educational resources that facilitate the learning of Analytical Geometry; In a concrete way the contents about the hyperbola, in the students of Mathematics and Physics of the University of Cuenca.

It should be mentioned that the composition of the proposal is developed on the basis of three chapters, which states the use of educational resources as a new teaching and learning strategy for both teacher and student in the study of the hyperbola, which our work is entitled: "Elaboration of educational resources for learning the hyperbola for the Mathematics and Physics Laboratory of the University of Cuenca".

Chapter I examines the development of the educational process in the classroom, where pedagogical currents converge; For this we analyze the study of authors who represent the constructivist approach. All this approach towards the teaching and learning of mathematics, specifically to the study of Analytical Geometry in which teaching materials for learning are described.

In Chapter II, we present the diagnostic part, that is to say what refers to the statistical part of our investigation; Where a survey is used as the main tool for collecting data. This allows identifying the problematic that exists in the learning of Analytical Geometry, in the topic of the hyperbola. At the same time, it supports the creation of educational resources such as: a didactic guide and concrete material that supports both the teacher and the student in the construction of knowledge.

Finally, Chapter III shows the structure of the proposal; Which is made up of 8 practices to be carried out on a geo-plane. At the same time these have been elaborated based on a didactic guide which allows the correct use of the concrete materials created for each practice. All these educational resources linked to the construction of knowledge by the student and that serve as support in the advancement of the contents raised in the subject.



Keywords: Analytical Geometry, constructivism, educational resources, didactic guide, concrete material, hyperbola teaching-learning process.



ÍNDICE

RESUMEN.....	ii
ABSTRACT	iv
ÍNDICE	vi
DEDICATORIA	i
AGRADECIMIENTO.....	ii
INTRODUCCIÓN	iii
CAPÍTULO I.....	1
FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	1
1.1 ANTECEDENTES.....	1
1.2 ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA	3
1.2.1 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....	7
1.2 ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	9
1.3 APRENDIZAJE DE LAS CÓNICAS	14
1.4 MATERIALES PARA EL APRENDIZAJE.....	18
1.4.1 MATERIAL DIDÁCTICO PARA EL ESTUDIO DE LAS CÓNICAS	21
CAPÍTULO II	23
DIAGNÓSTICO	23
2.1 INTRODUCCIÓN	23
2.2 SELECCIÓN DE LA POBLACIÓN.....	24
2.3 POBLACIÓN Y MUESTRA	24



2.3.1 POBLACIÓN	24
2.3.2 MUESTRA.....	25
2.5 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS	25
2.6 ANÁLISIS DE DATOS	25
2.7 INTERPRETACIÓN DE DATOS	58
CAPÍTULO III.....	60
PROPUESTA.....	60
3.1 DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA	60
3.2 ESTRUCTURA DE LA PROPUESTA	60
INTRODUCCIÓN	62
Práctica N°1	64
Demostración de la definición de hipérbola.....	64
Práctica N°2	71
Elementos de la hipérbola	71
Práctica N°3	75
Ecuación de la hipérbola con centro en el origen y eje coincidente con el eje X.	75
Práctica N°4	82
Ecuación de la hipérbola con centro en el origen y eje coincidente con el eje Y.	82
Práctica N°5	89
Ecuación de la hipérbola con centro (h;k) y eje paralelo al eje X.....	89
Práctica N°6	96



Ecuación de la Hipérbola con Centro (h; k) y eje paralelo al eje Y.....	96
Práctica N°7	103
Hipérbola Equilátera o Rectangular	103
Práctica N°8	110
Hipérbola Conjugada	110
ANEXOS.....	117
BIBLIOGRAFÍA.....	117



Cláusula de Propiedad Intelectual

Wilson Mauricio Guamán Joyasaca, autor del trabajo de titulación “Elaboración de recursos educativos para el aprendizaje de la hipérbola para el Laboratorio de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 22 de agosto de 2017.

Wilson Mauricio Guamán Joyasaca

C.I. 010558523-6



Cláusula de Propiedad Intelectual

Paúl Andrés Silva Ordoñez, autor del trabajo de titulación “Elaboración de recursos educativos para el aprendizaje de la hipérbola para el Laboratorio de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 22 de agosto de 2017.

Paúl Andrés Silva Ordoñez

C.I. 010597259-0



Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Wilson Mauricio Guamán Joyasaca en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación “Elaboración de recursos educativos para el aprendizaje de la hipérbola para el Laboratorio de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca”, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 22 de agosto de 2017.

Wilson Mauricio Guamán Joyasaca

C.I: 010558523-6

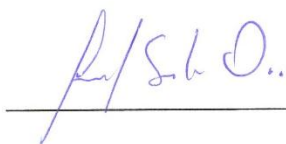


Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Paúl Andrés Silva Ordoñez en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación “Elaboración de recursos educativos para el aprendizaje de la hipérbola para el Laboratorio de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca”, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 22 de agosto de 2017.



Paúl Andrés Silva Ordoñez

C.I: 010597259-0



DEDICATORIA

Este trabajo dedico a mis padres Rosa y Guillermo por ser el pilar fundamental en la consecución de esta meta de estudio; por orientarme a lo largo de este proceso tanto académico y personal. A mis hermanos que estuvieron siempre brindándome su ayuda, de manera especial a mi hermana Gladis quién ha sido un ejemplo a seguir por su perseverancia y logros alcanzados.

Wilson Guamán

Dedico este trabajo principalmente a mi familia; de manera especial a mi madre Nancy, por inculcar en mí sus enseñanzas. A mi tía Carmen por haberme brindado su apoyo incondicional en todo momento y permitir alcanzar esta meta personal en mi desarrollo profesional.

Paúl Silva



AGRADECIMIENTO

Agradecemos a nuestros padres y familiares por darnos ese apoyo incondicional en nuestra preparación académica; por el apoyo permanente y oportuno para la consecución de nuestro trabajo de graduación.

Cabe mencionar el infinito agradecimiento a la Universidad de Cuenca; de manera especial a la carrera de Matemáticas y Física, aquel espacio brindado para nuestra preparación profesional.

Nuestro sentimiento de gratitud para todos los docentes pertenecientes a la misma, quienes con su enseñanza han aportado al crecimiento tanto profesional como personal en nuestras vidas. El reconocimiento al Ing. Xavier Gonzáles por darnos su ayuda y orientación en cuanto al desarrollo de nuestro trabajo; de manera especial a la Mgs. Sonia Guzñay tutora de nuestra tesis, quien con su paciencia y conocimiento supo guiarnos en la ejecución de este trabajo que se plasma en un aporte a la carrera de Matemáticas y Física.

LOS AUTORES



INTRODUCCIÓN

En la actualidad el desarrollo social y tecnológico de la población propicia el medio ideal para la innovación e inclusión de recursos idóneos en cuanto a la evolución de la educación. Para ello, nuestra sociedad debe adaptarse a estos cambios que subyacen en el transcurso de la vida cotidiana, por lo que las nuevas generaciones gozan de tecnologías y medios de aprendizaje aplicables en el contexto educativo que facilitan el crecimiento de los educandos en su formación tanto social como intelectual.

La geometría analítica como rama dentro de las Matemáticas, tiene por objeto de estudio las figuras geométricas; es decir, su comportamiento ya sea en un plano o en el espacio. En la que se utilizan símbolos, estructuras matemáticas que permiten desarrollar procesos analíticos hacia la construcción gráfica de dichas figuras.

En la actualidad, esta asignatura tiene relevancia en la preparación de las carreras técnicas, ya que dota de conocimientos específicos a los estudiantes para poder aplicarlos en las diferentes áreas de estudio que lo requieren; por ejemplo, en la carrera de Matemáticas y Física es de mucha utilidad este conocimiento, debido a que es un pre-requisito para el avance en la malla curricular establecido acorde a las normativas de Educación Superior. Al mismo tiempo, sirve como eje integrador en la formación de los futuros docentes, que dictarán esta asignatura en el tercer año de bachillerato; por lo que se hace necesario contar con herramientas pertinentes que garanticen una preparación óptima que se enfoque al desarrollo académico de los estudiantes; es decir, en donde se vincule lo teórico y lo práctico, para la consolidación de los conocimientos específicos dentro del área de estudio.

La presente investigación tiene como hilo conductor el modelo pedagógico constructivista que mediante sus lineamientos se puede considerar los diferentes instrumentos de enseñanza y aprendizaje que se pueden aplicar dentro del aula, que permita al mismo tiempo generar una



base sólida de conocimientos al estudiante; de tal forma que se resuelvan las problemáticas que subyacen en el desarrollo de la Geometría Analítica.

Para este cometido, deben existir materiales didácticos y guías metodológicas que estén a disposición tanto de estudiantes como de docentes, para orientar y ayudar a afianzar los conocimientos durante el proceso de aprendizaje. De tal forma que estos recursos educativos apoyen significativamente a la carrera de Matemáticas y Física en visión de la mejora de la comprensión de los contenidos, particularmente referidos a la hipérbola. Estableciendo así un material novedoso disponible para beneficiar principalmente a los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física que cursan la asignatura de Geometría Analítica. A través de esta propuesta, se espera contribuir satisfactoriamente con el mejoramiento del proceso de aprendizaje de los estudiantes de la asignatura de Geometría Analítica en el capítulo que se refiere a la hipérbola.



CAPÍTULO I

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1 ANTECEDENTES

En el Ecuador, luego de un estudio de las pruebas “Ser Bachiller” correspondientes al periodo lectivo 2015-2016 al tercer año de bachillerato, se evidenció índices de desempeño muy bajos. Aunque estas pruebas son aplicadas de manera general en cada provincia del país; se puede observar que un 26,70% alcanzó un nivel de desempeño elemental y un 31,10% logró un nivel de desempeño insuficiente dentro del área de matemáticas. De manera específica en el área de geometría, los estudiantes alcanzaron un 38,8% en cuanto a los temas asociados a los grupos temáticos de Matemática; estos resultados muestran lo que está pasando en el proceso de aprendizaje de las Matemáticas y dentro de ella, de la Geometría Analítica.

Cabe recalcar que estas evaluaciones son elaboradas a partir de los estándares de aprendizaje establecidos por el Ministerio de Educación y otros que Ineval considera técnicamente pertinentes; todos ellos conformados acorde a una estructura de campo, grupo temático y tópico. De tal forma, que los resultados obtenidos permiten idear nuevas estrategias de aprendizaje aplicables dentro del aula, de tal forma que potencien el desarrollo del conocimiento del estudiante mediante recursos educativos destinados para cada tópico. Es por ello que el aporte de las universidades con profesionales en ciencias de la educación de manera concreta de la carrera de Matemáticas y Física cumplen un papel fundamental en la formación de los estudiantes dentro del contexto educativo, ya que cimentan el conocimiento de la Geometría Analítica en conjunto con las demás áreas pertenecientes a la Matemática.

Todo recurso que proponga el mejoramiento de la enseñanza universitaria para el aprendizaje de la hipérbola, tiene como objetivo despertar el interés del estudiante y de esta forma motivarle hacia la consolidación de conocimientos específicos. Considerando el



desarrollo de la capacidad lógica-matemática del estudiante hacia la resolución continua de ejercicios. (Iñiguez, 2002).

Esto se puede evidenciar en la tesis “el papel de la geometría analítica en la enseñanza de las matemáticas en la educación básica y media”, realizada por Aisnardi Soto Acebedo en Medellín- Colombia en el 2013. Esta propuesta considera dos aspectos: el primero se refiere a un recorrido histórico y conceptual por la geometría analítica para destacar su importancia no sólo en el ámbito de las matemáticas sino en el de la educación matemática, y en segundo lugar se enmarca en el diseño de situaciones problema como una estrategia didáctica que propicia niveles de conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la significación matemática.

De la misma manera en el trabajo de investigación en didáctica “las secciones cónicas en la escuela secundaria: un análisis matemático y didáctico”, realizada por Ricardo Horacio Ramírez en la Universidad Nacional de General Sarmiento en el 2013, se hace una reseña histórica sobre los primeros trabajos realizados acerca las cónicas y también el uso de recursos educativos para mejorar la enseñanza-aprendizaje de la Geometría. De tal forma que el uso de estas herramientas motive el aprendizaje de los estudiantes dentro del aula.

La importancia de establecer los factores que intervienen en la comprensión de los diferentes conceptos dentro de la Geometría Analítica insta a tomar en cuenta ciertas metodologías de enseñanza que faciliten el aprendizaje de la materia. Además, hay que tener en cuenta que dentro de la Matemática se desarrollan diferentes áreas y todas ellas conllevan siempre la abstracción, lo que dificulta su aprendizaje, por lo que el docente tiene que recurrir a varios mecanismos y estrategias para poder llegar al estudiante, en búsqueda de que éste construya su propio conocimiento.



1.2 ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA

En este enfoque educativo sobresalen tres de los mayores representantes del cognitivismo, como es el caso de David Ausubel, Jean Piaget y Lev S. Vygotsky. Quienes con sus aportaciones manifiestan que el aprendizaje de los estudiantes debe ser activo; en donde éste construya su conocimiento por sí mismo; es decir, que indague acerca de los diferentes contenidos impartidos por parte del docente en cada clase.

Existen algunos autores teóricos cognitivos que consideran que para que exista un verdadero aprendizaje, debe existir un desequilibrio en su comprensión y que el medio ambiente tiene bastante que ver en este proceso. “El constructivismo en sí mismo tiene muchas variaciones, tales como aprendizaje generativo, aprendizaje cognoscitivo, aprendizaje basado en problemas, aprendizaje por descubrimiento, aprendizaje contextualizado y construcción del conocimiento”. (Tizón, 2002, p. 9).

Estos autores exponen diferentes teorías acerca el cognitivismo; las cuales podrán ser consideradas por los docentes de las diferentes áreas de estudio presentes en el contexto educativo. De manera específica en las áreas temáticas en donde subyace la abstracción; en este caso las matemáticas con sus diferentes asignaturas, una de ellas es la Geometría Analítica que tiene cierto grado de complejidad y se podría mejorar su comprensión con el uso de material didáctico ejecutado mediante una guía didáctica. También cabe recalcar que estas tres teorías priorizan el desenvolvimiento del discente en el entorno educativo permitiendo que el docente sea únicamente un guía del proceso educativo.

Este enfoque promueve la autonomía en los discentes, ya que éste es considerado el actor principal dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje; todo esto debido a que se generan procesos de interacción y planificación en relación con su contexto. El rol del docente se enfoca en el de ser facilitador, porque le orienta al discente a desarrollar su conocimiento en base a los conocimientos previos y las experiencias que éste posee a través de la investigación.



Para Suárez (1985): “el constructivismo expresa que el conocimiento sucede como un proceso de construcción interior, permanente, dinámico a partir de las ideas previas del estudiante, constituidos por sus experiencias o creencias, que en función del contraste, comprensión de un nuevo saber o información mediado por el docente, va transformando sus esquemas hacia los estados más elaborados de conocimiento los cuales adquieren sentido en su propia construcción-aprendizaje significativo”. (p.47)

Las modernas inclinaciones metodológicas ejecutadas dentro del contexto educativo por parte de los docentes tienen como hilo conductor esta corriente pedagógica, ya que ésta se enfoca en que el estudiante relacione los nuevos conocimientos con los conceptos y las proposiciones relevantes que ya conoce; es decir, que sea el autor en la cimentación de su conocimiento.

Por ende, los diferentes recursos presentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje apuntan a la elaboración de instrumentos didácticos que respondan a los intereses formativos de los estudiantes, dotándoles de herramientas para que mediante la manipulación y ejecución investigativa vayan redescubriendo los principios científicos que describen los comportamientos matemáticos presentes en las diversas manifestaciones naturales.

El discente al observar los diferentes fenómenos que suceden en su entorno, puede apreciar infinidad de elementos que responden a patrones y comportamientos tanto físicos como matemáticos; se puede inducir a la determinación de elementos y objetos de la naturaleza que mantienen ciertas simetrías y cualidades que se las permite rápidamente distinguir unas de otras.

Debido a esto, se ha creído conveniente orientar al docente bajo la influencia de una corriente pedagógica en la que prime la participación del estudiante; ya que la enseñanza más eficiente es aquella que involucra activamente a los estudiantes en forma individual o en grupo, la que trata de mostrar más las interconexiones entre las áreas de conocimiento que sus límites



demarcatorios y al mismo tiempo la que trata de establecer nexos entre lo que se aprende, lo que ya se sabe y el mundo real.

La enseñanza bajo este enfoque se concibe como un proceso a través del cual se ayuda, se apoya y se dirige al estudiante en la construcción del conocimiento. Como lo señala Freire (1997), enseñar no es entonces transferir conocimientos sino crear las posibilidades de su producción o de su construcción. Para ayudar al estudiante en ese proceso de construcción del conocimiento, el docente debe partir de la estructura conceptual de cada alumno, de las ideas y preconcepciones que ya posee. Desde su propio esquema conceptual es que el aprendiz va a proporcionar los primeros significados al tema.

Se trata que vaya de lo simple a lo complejo. El docente constructivista es un mediador del cambio conceptual de sus estudiantes ya que, conocidas las ideas previas o preconcepciones, su tarea consiste en plantear interrogantes o situaciones imposibles de resolver a partir de esas preconcepciones, de manera de incitarlos a buscar, a construir otro concepto que le permita darle un significado más complejo. Esto significa que el docente debe generar insatisfacción con los prejuicios y preconcepciones. Es lo que Piaget denominó *el conflicto cognitivo*. En palabras de Monterola (1994): “El profesor media entre las ideas previas de donde arranca el estudiante hasta la concepción que aporta la ciencia hoy”. (p.3)

La enseñanza de este enfoque no centra su esfuerzo en los contenidos sino en el estudiante, en su cambio conceptual. Específicamente en los que se refiere a lo escolar, ese cambio conceptual se construye a través de un proceso de interacción entre los alumnos, el docente, el contenido y el contexto, todos interrelacionados entre sí. Es importante destacar que todo conocimiento se construye en estrecha relación con los contextos en los que se usa y por ello no es posible separar los aspectos cognitivos, emocionales y socio históricos presentes en el contexto en que actúa.



Por otra parte, la educación como todo buen sistema formal, ha estado supeditado bajo lo tradicional, es decir, de manera jerárquica, en donde muchas veces el docente carece de material concreto para un aprendizaje óptimo de los estudiantes. A tal punto que éste se rige a los contenidos establecidos en ciertos textos inmersos en el estudio de la hipérbola; como señala Morín (1990): “La educación debe contribuir a la autoformación de la persona (aprender y asumir la condición humana, aprender a vivir) y aprender a convertirse en un ciudadano”. (p.35). El docente debe constituirse en guía, animador, orientador dentro del proceso educativo; propiciando la comprensión y el análisis de los conceptos en perspectiva a la consolidación y formulación del modelo matemático adecuado en cuanto la resolución de diferentes problemas dentro del proceso educativo.

Corroborando con lo dicho hasta ahora, todos los individuos como conformantes de una sociedad y un sistema de educación, deben siempre acoplarse a las continuas transformaciones que se dan en éstas, a estar dispuesto a innovar, a adoptar nuevas opciones y estilos como metodologías pedagógicas, incorporar nuevas herramientas didácticas prometedoras en mejora de la educación.

La utilización de este recurso educativo en el laboratorio de nuestra carrera permitirá orientar a los futuros docentes sobre el manejo de un laboratorio; con la finalidad que al ejercer su profesión puedan cubrir las exigencias requeridas en el documento de la Actualización Curricular. Además, ser profesionales innovadores en cuanto al desarrollo de metodologías para la enseñanza de esta asignatura en el área de las matemáticas, desencadenando hacia la construcción de una educación de calidad en el sistema educativo formal.

La Geometría Analítica se encuentra dentro del estudio de las matemáticas, cuyo objeto de estudio son los elementos cónicos y sus derivaciones, siendo éstos: circunferencia, parábola, elipse e hipérbola. Por ende, la utilización de estos recursos educativos propiciara el campo de estudio que el discente necesita para desarrollar los contenidos de la Hipérbola mediante



prácticas en un laboratorio, ayudando a que los discentes desarrollen y potencialicen ciertas destrezas manipulando objetos y realizando los montajes para cada una de las prácticas.

1.2.1 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Al parecer cuando se empieza a profundizar en el análisis de las teorías pedagógicas que se orientan a proponer un tipo de educación que se enmarca en los progresos y el desarrollo psicosomotríz de sus educandos, instantáneamente surgen teorías cognoscitivas de la enseñanza-aprendizaje que se sitúan en desarrollar un aprendizaje significativo. Cabe mencionar que muchas han sido las ideas, principios y teorías que se han descrito a lo largo de los tiempos en educación acerca el aprendizaje significativo.

Asimismo, una gran variedad de autores y profesionales del quehacer educativo han sustentado sus ideologías y postulados pedagógicos que, desde sus enfoques educativos, plantearon un modelo de enseñanza-aprendizaje centrado en el estudiante con el único objetivo de alcanzar un aprendizaje consolidado y útil para la vida cotidiana.

Al referirnos a un aprendizaje significativo, estamos introduciéndonos a un modelo de enseñanza- aprendizaje que parte de un principio básico, el de comprender lo que se está realizando en su entorno y ejecutar líneas de acción que le permitan al educando adquirir las diferentes destrezas por niveles de complejidad; situados en forma de espiral, es decir, según sus progresos alcanzados a medida que se educan, generando así un aprendizaje idóneo.

El concepto de aprendizaje significativo fue enunciado por Ausubel (1996) quien lo señala en contraposición al aprendizaje memorístico. Para aprender significativamente, el individuo debe tratar de relacionar los nuevos conocimientos con el conocimiento previo que ya posee, el aprendizaje puede variar de uno totalmente memorístico hasta uno altamente significativo; ello va a depender de la estrategia instruccional que se utilice: desde el aprendizaje receptivo, donde la información se ofrece directamente al estudiante, hasta el aprendizaje por



descubrimiento autónomo, donde el que aprende es quien identifica y selecciona la información que va a aprender. (Novak y Gowin, 1984, p.26).

Ausubel (1983) plantea que: el aprendizaje significativo es un proceso a través del cual una misma información se relaciona con el conocimiento previo; donde entendemos por conocimiento previo al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee y domina en un determinado campo de estudio. En el proceso de orientación del aprendizaje es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no solo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuáles son los conceptos y proposiciones que maneja, así como de su grado de equilibrio y organización. Este aprendizaje, a la vez, pretende despertar la capacidad crítica del estudiante, una capacidad que le permita reflexionar y asociar los conocimientos teóricos con los prácticos y ayuda a que los diferentes fundamentos y teorías se consoliden en la ejecución de varias formas de resolución de problemas presentes en el estudio de la Geometría Analítica.

Para García Aretio (2002): la guía didáctica es “el documento que orienta el estudio, acercando a los procesos cognitivos del estudiante el material didáctico, con el fin de que pueda trabajarlos de manera autónoma”. La disposición de material didáctico idóneo que brinda al estudiante una herramienta de estudio innovadora que le permitirá dominar los logros de aprendizaje asociados a los contenidos impartidos por el docente. La generación de nuevas metodologías que sitúan al educando dentro de la enseñanza-aprendizaje. (p. 241).

Elaborar una propuesta didáctica que dinamice la consolidación de actividades del proceso de enseñanza y aprendizaje geométrico en el aula; es decir, la manipulación y consecución de prácticas referentes al estudio de la hipérbola, con el objeto de facilitar el desempeño óptimo de los estudiantes a un nivel de razonamiento inmediatamente superior, permitiendo validar un modelo para enriquecer el aprendizaje de la Matemática y en especial de la Geometría Analítica Plana. Además, cabe mencionar que este recurso abarca todos los temas relacionados con la



hipérbola: definiciones, gráficas, ecuaciones, problemas de aplicación, ejercicios modelo, formularios; que se encaminan al aprendizaje de la hipérbola.

Godino (2014) propone la importancia de ofrecer material que ayude a representar dicha propuesta: cubos, ábacos, instrumentos de medida, cuerpos geométricos o materiales para construirlos, etc., es decir, algo que permita que, al pensar maneras de resolver una determinada cuestión, se pueda materializar y comprobar los resultados de una manera física. (p. 125).

Se puede decir entonces que el aprendizaje significativo se produce cuando una nueva información “se ancla” en conceptos relevantes preexistentes en la estructura cognitiva. O sea, nuevas ideas, conceptos, proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos proposiciones, relevantes e inclusivos, estén adecuadamente claros y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y funcionen, de esta forma, como punto de anclaje de los primeros. (Moreira, 2000).

De manera general se puede decir que dentro del aprendizaje significativo se genera una enseñanza coherente en donde prima el tratamiento y análisis profundo de la información, que por ende permitirá al estudiante tener un aprendizaje activo. Al mismo tiempo, se presenta tareas al estudiante que estén vinculadas con su mundo real para que se estimule la meta-cognición del individuo y concluya en la conexión con lo que los estudiantes ya saben.

Para que el estudiante pueda llegar a construir su conocimiento, es importante una plataforma sólida, el establecimiento de relaciones propias para realizar el aprendizaje, y el medio donde se da el aprendizaje.

1.3 ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Varios autores apoyan la teoría del aprendizaje constructivista como David Ausubel con su término aprendizaje significativo que se opone a lo repetitivo, Bruner y Vygotsky que son parte de este aprendizaje constructivista, y que, en conjunto con el mencionado anteriormente, adjudicaron también su conocimiento en relación al aprendizaje de las matemáticas.



Desde lo pragmático, la propuesta más apropiada es la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau (1999) y el aprendizaje significativo de Ausubel, un método constructivo para la enseñanza de cualquier tema en matemáticas, con el que se pretende que los estudiantes construyan aprendizajes que les serán significativos, modificando así sus esquemas de conocimiento.

Cabe mencionar que la Teoría de las Situaciones Didácticas es una teoría de la enseñanza de las matemáticas que se basa en una concepción constructivista del aprendizaje, en el sentido de Piaget. Es por ello que Brousseau (1999) resume que: “La teoría de las situaciones aparece entonces como un medio privilegiado, no solamente para comprender lo que hacen los profesores y los alumnos, sino también para producir problemas o ejercicios adaptados a los saberes y a los alumnos y para producir finalmente un medio de comunicación entre los investigadores y con los profesores”. (p. 8).

Por otra parte, Ausubel (1968) afirma que: “Para todas las finalidades prácticas, la adquisición de conocimiento en la materia de enseñanza depende del aprendizaje verbal y de otras formas de aprendizaje simbólico. De hecho, es en gran parte debido al lenguaje y a las simbolizaciones como la mayoría de las formas complejas de funcionamiento cognitivo se vuelve posible”. (p. 79).

Las matemáticas no solamente están constituidas por operaciones aritméticas, la medida y sus unidades, formas geométricas y sus aplicaciones, sino por mucho más, ya que una de sus finalidades es la que el individuo pueda sustentarse y progresar dentro de su medio con mayor facilidad. Por ende, a la matemática se la considera como una asignatura en la subyace la abstracción, ya que se dificulta vincular los diferentes modelos matemáticos con la práctica; siendo una causa para que los estudiantes reprueben el año escolar.

Debido a lo mencionado anteriormente, se han creado varios medios para tratar de que su aprendizaje sea lo más sencillo posible, aunque existen individuos que tienen ciertas



dificultades naturales que impiden que este aprendizaje sea aprovechado por los mismos, como la hiperactividad, el autismo, la discalculia, etc.

Las matemáticas poseen ciertas características elementales que se pueden conocer, si se distinguen sus conceptos, las habilidades con las que se pueden llegar a ellas, cómo adquirirlas y como emplearlas en la búsqueda de la solución de las dificultades que pueda encontrar un individuo en el momento en que opera con ellas.

Generalmente a la matemática elemental, se le ha considerado que está compuesta por la habilidad numérica, el cálculo aritmético el uso de la aproximación, la medida, algunas nociones geométricas y la resolución de problemas, que muchas de las veces se la realizaba a través de la memorización, lo cual producía la dificultad de entender el uso de lo aprendido; originando una desmotivación en cuanto a su aprendizaje y más bien se convertía en algo tedioso y complicado de ejecutar.

Cabe recordar que, a lo largo de la historia de la psicología, los estudios de las matemáticas se han realizado desde perspectivas diferentes, a veces enfrentadas, protegidas de la concepción del aprendizaje en la que se apoyan. Un ejemplo de aquello, es de que algunos individuos están convencidos que las matemáticas se aprenden en base a la constante práctica y resolución de ejercicios; es decir, a la repetición de procedimientos. Mientras que otros tenían el convencimiento de que para aprender las matemáticas es necesario tener en claro los conocimientos científicos de la materia en sí, para luego de realizar un adecuado razonamiento, resolver los diferentes ejercicios planteados.

Por ello, los principios didácticos que orientan este enfoque son: el diseño de actividades que contribuyan a que la nueva información se conecte con los pre-saberes, el incentivo y la mayor atención a los estudiantes. Una metodología soportada en el permanente diálogo entre pares y el uso de situaciones-problema como camino a seguir para alcanzar cualquier conocimiento nuevo.



Diversos investigadores proponen modelos situacionales de aprendizaje constructivistas partiendo de la manipulación de diferentes herramientas. Éstos describen que no hay mejor forma de aprendizaje para el estudiante, en donde éste tenga modelos reales de las formas geométricas asociadas a las superficies cónicas de manera que las puedan manipular según su curiosidad.

Desde lo intelectual o teórico, investigadores como Font señalan que en la enseñanza de diferentes objetos matemáticos, como la parábola, juegan un papel importante las actividades en las que el estudiante debe pasar de una representación a otra (Font, 2001).

Refiriéndonos al estudio de la hipérbola, tradicionalmente la enseñanza de las cónicas se realizaba de forma netamente analítica-algebraica, dejando de lado, sus características como lugares geométricos y elementos que intervienen en su comportamiento que describe. Muchas disciplinas, entre ellas las áreas técnicas; tal es el caso de la docencia en matemáticas y física requieren que sus futuros aspirantes se apropien de dichos objetos matemáticos de una manera aplicada a partir del reconocimiento de aspectos y parámetros relevantes dentro de un contexto específico en el que se estudia.

Al momento de empezar con el estudio de la cónica Hipérbola, existen varias formas de representación que son válidas y pertinentes para abordar dicho estudio, las cuales permiten observar, analizar, operar, describir desde varios métodos tales como el verbal, en la que se describen situaciones de la vida real y del mundo de las matemáticas que pueden ser modeladas en cualquiera de los otros sistemas de representación.

De manera simbólica, con un lenguaje propio del campo matemático en este caso el algebraico o analítico; que nos sirven para formular los cálculos matemáticos. Por otro lado, está el de carácter gráfico, donde se hace referencia a la representación en el plano cartesiano; es decir, al estudio geométrico y construcción de dicha figura mediante los datos procesados y obtenidos de manera analítica.



Desde el punto de vista didáctico, el aprendizaje de la hipérbola se puede empezar mediante dos esquemas o modelos situacionales: el pragmático y el conceptual. En el primero de ellos, se sugiere organizar la enseñanza a partir de la capacidad de observar y construir, teniendo siempre en cuenta las razones e ideas que surgen de los estudiantes. El proceso conceptual se apoya en la formulación de propiedades de un objeto y sus relaciones.

El objetivo primordial de este trabajo, se sustenta en elaborar una guía y material didáctico para el aprendizaje de la hipérbola dentro del estudio de la geometría analítica, con la firme finalidad y convicción de ayudar a mejorar la construcción del conocimiento y los aprendizajes de los estudiantes. Razón por la cual, ha sido pertinente estructurar tres pilares específicos que dan el soporte elemental para poder alcanzar dicho objetivo, siendo estos:

Fundamentar teóricamente la importancia de trabajar con recursos educativos en la asignatura de geometría analítica.

Desarrollar líneas de acción que se van a seguir para el desarrollo de prácticas referentes a la hipérbola y el uso del material didáctico.

Elaborar la guía y el material concreto sobre los temas a ser desarrollados en esta asignatura.

Por esta razón, se ha creído conveniente abordar el estudio didáctico de la hipérbola, en la que mediante el análisis de sus componentes otorguen al estudiante un soporte pedagógico y matemático, para luego proceder a la ejecución de las diferentes prácticas a ser realizadas.

Además, conforme va evolucionando la educación, el sistema educativo ecuatoriano ha actualizado sus lineamientos curriculares en función a las exigencias tecnológicas; por ende hoy en día se hace uso de las Tics, que sirven como recurso educativo en la enseñanza-aprendizaje; abarcando el estudio de las matemáticas de manera interactiva y en especial de la Geometría Analítica, por medio de la geometría dinámica apoyada en el uso de softwares educativos diseñados para cada área específica de estudio. Potenciando las tareas de



redescubrimiento y avance de contenidos relevantes en el transcurso de cada clase. (Ministerio de Educación, 2016).

1.4 APRENDIZAJE DE LAS CÓNICAS

Basándonos en la historia de la Matemática, la Geometría como ciencia posee la misma antigüedad que ésta. Debido a que las diferentes investigaciones realizadas por el hombre apuntan a que el desarrollo de la geometría se daba en conjunto con la Matemática acorde a la evolución del ser humano en la Tierra.

Antiguamente el estudio de la geometría se enfocaba en lo que concierne a longitudes, áreas y volúmenes; ya que los antepasados los usaban para llevar a cabo sus construcciones. Por ejemplo, para medir los terrenos a las orillas del río Nilo y construir viviendas y pirámides, los egipcios requirieron de triángulos y otras figuras geométricas iniciándose así el estudio formal de la geometría en Egipto y Mesopotamia.

Etimológicamente la palabra geometría proviene de los vocablos griegos geo “tierra” y metreim “medir”; si nos enmarcamos en la historia los egipcios fueron los primeros en utilizarla debido a que ingeniaron una herramienta que les permitía el cálculo del volumen de pirámides y resolución de problemas prácticos de algunas ecuaciones y operaciones aritméticas como la división. Sin embargo, dentro de los documentos más destacados escritos en papiro se encuentra el Papiro de Rhind, el cual describía el cálculo del área de un círculo.

Los egipcios construyeron las sorprendentes pirámides, que prevalecen aun en la actualidad; quienes para construir éstas, emplearon conocimientos sobre ángulos y algoritmos para los cálculos requeridos en cuanto a longitudes, áreas y volúmenes. No obstante, según los hallazgos arqueológicos no se ha encontrado ningún objeto que verifique que los egipcios hayan realizado demostraciones de teoremas.

Sin embargo, los griegos fueron quienes aprovecharon el conocimiento de los egipcios, para descubrir el análogo a la “narración matemática”; es decir, para los griegos los resultados



matemáticos debían pasar por el rigor de una demostración antes de declararse como válidos. Para ello éstos emplearon la deducción y la lógica consiguiendo hacer demostraciones geométricas.

Un claro representante de la transmisión de estos conocimientos, fue el primer filósofo matemático griego Thales de Mileto, quien, al vivir por un largo periodo en Egipto, adquirió los conocimientos acerca su religión y su geometría permitiéndole mediante su lógica y deducción desarrollar la demostración de diferentes teoremas vinculados a la geometría. Existen varios teoremas de geometría elemental que se atribuyen a Thales. Quizás el más conocido es el llamado teorema de Thales que enuncia: “Todo diámetro divide a un círculo en dos partes iguales. Los ángulos en la base de un triángulo isósceles son iguales. Los ángulos inscritos en una semicircunferencia son rectos. Los ángulos opuestos por el vértice que se forman al cortarse dos rectas son iguales” (Navarro, Gómez, García y Pina, 2003, p.54).

Dentro de los personajes destacados en la antigua Grecia, se encuentra también el griego Pitágoras, quien invento las palabras filosofía y matemática para describir su actividad intelectual. Además, en su juventud viajó por todo el Imperio Persa, aprendiendo matemáticas; quedándose por último en el Sur de Italia, en donde formó la llamada “hermandad pitagórica”. No obstante, los pitagóricos fueron quienes formalizaron la demostración acerca el teorema de Pitágoras. Éste teorema se refiere a las medidas de los lados de un triángulo rectángulo, el cual enuncia que: en un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa. Cabe mencionar que el aporte de los pitagóricos tuvo cabida en la aritmética, la geometría, la astronomía y la música.

Otro aporte destacado es el de Euclides, quien fue el fundador y director del primer departamento de matemáticas en el imperio de Ptolomeo I en la ciudad de Alejandría en Egipto. Hay que resaltar que el legado de Euclides es un compendio de 13 libros, titulado “Elementos”, que abarca todo el conocimiento matemático de la época; la visión de Euclides se resumía en:



Todo es medida. Además, la obra de Euclides sigue vigente como documento y forma de organización lógica, ya que su contenido abarca 23 definiciones básicas, cinco axiomas y cinco postulados (válidos para la geometría). A partir de estos postulados se conoce la geometría plana que se deriva del trabajo de Euclides, por lo que se lo considera el padre de la Geometría.

En lo que actualmente es Italia, nació Arquímedes, quien fue físico, matemático e ingeniero, fue el primer científico en utilizar el lenguaje matemático para expresar sus teorías en base a la observación y experimentación. Lo referente a Arquímedes es que, al meterse a bañar en una tina, se percató que un cuerpo al ser sumergido en el agua, es empujado hacia arriba con una fuerza igual al peso del agua que desplaza; lo que conocemos como el principio de Arquímedes; al mismo tiempo fue el autor de la palabra “Eureka” debido a su descubrimiento.

También este científico aportó mucho en el ámbito de las Matemáticas, ya que fue quien introdujo el concepto de límite adentrándose en el estudio del cálculo integral; “con sus estudios de áreas y volúmenes de figuras sólidas curvadas y de áreas de figuras planas. Demostró también que el volumen de una esfera es dos tercios del volumen del cilindro que la circunscribe” (Tortosa y Vicent, 2012, p. 6).

Apolonio de Perga (260-190 a.C.) fue uno de los grandes geómetras de su época, su gran aporte a la geometría se debe al trabajo que realizó sobre las curvas cónicas. Éste clasificó las curvas cónicas como aquellas secciones que se obtienen a partir de la intersección entre un plano y un cono, dando así origen a lo que conocemos como círculo, elipse, parábola e hipérbola.

La Geometría Analítica como tal, nace con René Descartes quien publicó el tratado el Discurso del Método, en el que se describe con detalle el método para realizar investigación científica. Sin embargo, lo más relevante en su obra se refiere a la Geometría, en donde expone que las curvas en el plano y las ecuaciones algebraicas eran equivalentes, con lo que aparece lo



que conocemos como geometría analítica; la misma que es una “parte de la matemática que resuelve problemas geométricos bajo el concurso del álgebra”. (González, 2003, p. 7).

Dentro de la Geometría Analítica existen diversos contenidos de estudio, los cuales pueden ser trabajados de manera directa en lo que concierne a un laboratorio; de manera concreta nos enfocamos en el tema referente a las secciones cónicas que abarca el estudio de la hipérbola; la dificultad en el aprendizaje de ésta se genera debido a que el estudiante debe vincular un proceso tanto analítico como geométrico en la resolución de problemas planteados. En particular cuando el estudiante transita en el proceso de obtención de las ecuaciones que definen a este lugar geométrico.

Geometría analítica, rama de la geometría en la que las líneas rectas, las curvas y las figuras geométricas se representan mediante expresiones algebraicas y numéricas usando un conjunto de ejes y coordenadas. Cualquier punto del plano se puede localizar con respecto a un par de ejes perpendiculares dando las distancias del punto a cada uno de los ejes. (MEC Uruguay, 2015).

La forma en la que se abordan las secciones cónicas, requiere de un conocimiento conceptual y algebraico, debido a que se parte de situaciones geométricas; es decir, el estudiante en la resolución de un ejercicio necesita obtener datos de manera analítica que le permitan apreciar las características que definen a cada cónica. De tal manera, que cuente con los datos suficientes y necesarios para su construcción mediante el uso del plano cartesiano.

Por lo que se puede trabajar esta área de estudio mediante la manipulación de materiales concretos, en donde el estudiante construya de manera gráfica la hipérbola, a partir de la obtención de sus ecuaciones analíticas; produciéndose una mejor comprensión y análisis de los contenidos específicos que definen a la hipérbola, de tal forma que convergerán hacia un aprendizaje significativo para el estudiante.



1.5 MATERIALES PARA EL APRENDIZAJE

Anteriormente los docentes se basaban en un modelo tradicional en su forma de dictar clases; debido a que únicamente se daban conceptos, explicaban fórmulas; y el papel del estudiante se convertía en el de ser receptor de la información y repetidor de procedimientos. Siendo así un antecedente que generaba un aprendizaje memorístico en el aula, ya que el estudiante se enfocaba en dar únicamente la respuesta correcta; sin realizar un análisis de los contenidos. Sin embargo, la evolución de la educación ha permitido diseñar estrategias metodológicas encaminadas hacia un aprendizaje óptimo para el estudiante, por lo que es necesario crear y utilizar diferentes tipos de materiales o recursos educativos que faciliten la abstracción y consolidación de los conocimientos.

En la actualidad la vinculación de recursos educativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje son necesarios, ya que sirven como medio transmisor de los conocimientos a los estudiantes. La utilización de diferentes materiales para la enseñanza-aprendizaje está en constante evolución, ya que deben ser contruidos acorde a las necesidades de los estudiantes y el contexto educativo. Entonces, se hace pertinente elaborar determinado material para cada área de estudio, para de esta forma innovar la ejecución de los contenidos dentro del aula de clase; facilitando y generando un aprendizaje significativo.

Tomando en cuenta las necesidades que subyacen en el contexto educativo; se debe buscar materiales idóneos que fortalezcan el proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del aula. En estos aspectos podemos considerar dos tipos de materiales que puede ser el educativo o el didáctico, sin embargo, hay que tener en claro las variantes que conlleva cada material para su respectiva ejecución. El material educativo “provoca el desarrollo y la formación de determinadas capacidades, actitudes o destrezas, (...). Material didáctico es el que, por su propia naturaleza, o por elaboración convencional facilita la enseñanza de un determinado aspecto. Es un elemento auxiliar.” (Jiménez, González, Serna y Fernández, 2009, p. 117).



El uso de material educativo por parte del docente tiene como objetivo primordial facilitar y mejorar el aprendizaje de los estudiantes, no obstante, el docente debe ser cuidadoso en escoger el material adecuado para su consecución. Debemos tener en cuenta que existe una diversidad de materiales a nuestro alrededor; que pueden ser aprovechados para desarrollar un aprendizaje de determinado contenido; por ejemplo, si deseamos enseñar lo que son cuadriláteros podemos usar ladrillos o bloques para que el estudiante asimile las características que definen a cada figura geométrica; es decir, en varias ocasiones el docente puede emplear materiales que se encuentran en la naturaleza para de esta forma despertar el interés del estudiante durante el proceso de enseñanza-aprendizaje

Por otra parte, el material que está dirigido para facilitar el proceso de aprendizaje en los estudiantes, se denomina material didáctico; el cual se caracteriza por ser innovador y motivador para los estudiantes. Ya que el uso adecuado de éste, genera un proceso de análisis y percepción acerca las actividades en las que emplea estos recursos. Pero que hace que los materiales didácticos sean tan importantes, pues bien, la importancia radica en que son los medios o recursos que sirven para aplicar una técnica concreta en el ámbito de un método de aprendizaje determinado, entendiéndose por método de aprendizaje el modo, camino o conjuntos de reglas que se utilizan para obtener un cambio en el comportamiento de quien aprende, y de esta forma que potencie o mejore su nivel de competencia a fin de desempeñar una función productiva. (Muñoz, 2012).

En el contexto educativo por lo general las actividades se planifican acorde a los logros de aprendizaje, de tal forma que se obtenga un aprendizaje significativo; es decir, la consolidación de conocimientos se genera a través del manejo del material didáctico respectivo para cada actividad de estudio, en donde el estudiante aplique todas sus destrezas que le permitan la conceptualización tanto individual como grupal.



La implementación de materiales didácticos para la enseñanza- aprendizaje dentro del aula, se debe a que en ocasiones lo que se enseña no puede ser visualizado; por ende, se genera una insatisfacción en el estudiante acerca los contenidos adquiridos. Entonces, se requiere de materiales que se asemejen a la realidad, ya que el estudiante al palpar e interactuar con éstos se motiva y reflexiona acerca los conocimientos que está aprendiendo, creando un nexo entre lo teórico y lo práctico.

Cabe recalcar que gracias a la manipulación de este recurso educativo el estudiante adquirirá otras capacidades dentro del aula; por ejemplo, al trabajar en grupo aplicará un aprendizaje cooperativo que se verá reflejado en la comunicación tanto con sus compañeros como con el docente. Además, el uso de esta herramienta potenciará el aprendizaje de la Geometría Analítica; de manera específica en lo que concierne a las ecuaciones de la hipérbola, permitiendo crear el contexto idóneo para que el estudiante active su capacidad crítica e investigativa acerca de los contenidos establecidos en su guía de estudio. Todo este proceso converge hacia un auto-aprendizaje por parte del estudiante facilitándole el desarrollo de sus actividades académicas; obtención de fórmulas, resolución de ejercicios, conceptualización y construcción de la hipérbola a partir de sus ecuaciones. Este recurso de aprendizaje posibilita a que el estudiante cumpla el rol de ser participe activo en la construcción y dominio de los contenidos impartidos dentro del aula.

Debemos tener en cuenta que si se emplea un material didáctico el docente debe poseer un libro guía que oriente el desarrollo de las actividades a realizar en cada clase a partir de la manipulación del material concreto. Es por eso que el concepto de guía didáctica subyace al referirnos a este recurso educativo. Entendemos que una guía didáctica se define como un proceso que permite tanto al docente como el estudiante desarrollar actividades planificadas de forma estratégica para dominar las destrezas con criterio de desempeño.



Para Martínez Mediano (1998): “constituye un instrumento fundamental para la organización del trabajo del alumno y su objetivo es recoger todas las orientaciones necesarias que le permitan al estudiante integrar los elementos didácticos para el estudio de la asignatura” (p. 109).

Para diseñar una guía didáctica acorde al tema de estudio propuesto, en este caso el aprendizaje de la hipérbola se ha considerado el aspecto de ayuda y motivación hacia el estudiante, ya que genera un aprendizaje autónomo al vincularlo con el texto o fuentes predeterminadas para el estudio de las ecuaciones de la hipérbola; dotándole de conceptos, formularios, explicaciones, ejercicios modelo y actividades propuestas que serán el andamiaje hacia un aprendizaje duradero en los estudiantes.

1.5.1 MATERIAL DIDÁCTICO PARA EL ESTUDIO DE LAS CÓNICAS

Con la elaboración de la guía y material didáctico, se pretende incorporar el modelo para la jerarquización de actividades del proceso de enseñanza –aprendizaje tanto analítico como geométrico en el aula. Al mismo tiempo, convertirla en una herramienta de uso permanente que facilite el progreso de los estudiantes, se trata de un material enmarcado en la relación entre la teoría y la práctica que enriquecerá el aprendizaje de la Geometría Analítica y en especial de la hipérbola.

La guía didáctica es un material impreso o digital donde se encuentra todos los contenidos como teorías, definiciones, pasos a seguir según el tema de estudio programados para una asignatura de forma clara y precisa ya que sirve de apoyo al docente a la hora de impartir sus clases al estudiante en el proceso de aprendizaje y en la construcción de su conocimiento de forma independiente. “La Guía didáctica (Guía de estudio) la veníamos entendiendo como el documento que orienta el estudio, acercando a los procesos cognitivos del alumno el material didáctico, con el fin que pueda trabajarlo de manera autónoma” (García, 2002, p.241).



La consecución de la propuesta será un aporte para la Carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca, ya que en ésta se forman futuros docentes para nivel de Educación General Básica y Bachillerato. Los estudiantes deben conocer y manejar recursos educativos que permitan dentro de esta área fortalecer su aprendizaje hacia la consolidación de los logros de aprendizaje. Cabe mencionar que nuestra carrera cuenta con un Laboratorio de Matemáticas destinado a esta área de estudio, por ende, dará soporte a las diferentes prácticas a desarrollar en la asignatura.

Implementar el uso de material didáctico para el estudio de las cónicas dinamiza la consolidación de actividades del proceso de enseñanza y aprendizaje geométrico en el aula; es decir, la manipulación y consecución de prácticas referentes al estudio de la hipérbola, con el objeto de facilitar el desempeño óptimo de los estudiantes a un nivel de razonamiento tanto lógico como abstracto, potenciando un modelo que consolide el aprendizaje de la Matemática y en especial de la Geometría Analítica Plana. Además, cabe aludir que este recurso abarca todos los temas relacionados con la hipérbola: definiciones, gráficas, ecuaciones, problemas de aplicación, ejercicios modelo, formularios; que se encaminan al aprendizaje de la hipérbola.



CAPÍTULO II

DIAGNÓSTICO

2.1 INTRODUCCIÓN

La Reforma Curricular de educación en el Ecuador plantea nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje encaminadas al crecimiento del contexto educativo; a la vez éstas se apoyan en las corrientes pedagógicas del constructivismo, con el objetivo de priorizar y conseguir en los estudiantes destrezas y/o habilidades que ayuden a fortalecer su desempeño en el aprendizaje. La aplicación de las nuevas propuestas metodológicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje tienen que ser orientadas correctamente para cada área de estudio considerando las asignaturas y los temas a ser tratados, de este modo los docentes serán quienes gracias a su profesionalismo apliquen la metodología idónea para que el proceso educativo tenga significado.

Debido a los cambios y avances que se han experimentado en el ámbito educativo tanto a nivel medio como superior, así como la presencia de las nuevas tecnologías e investigaciones científicas, se ha generado una moderna forma de ver al proceso de enseñanza aprendizaje, cambiar la práctica tradicional por el uso y manejo de recursos didácticos para cada una de las áreas de estudio, en especial en el campo de las matemáticas dentro de las cuales se encuentra la Geometría Analítica con sus diferentes temas de estudio. La Geometría Analítica al estar inmersa en la parte algebraica y geométrica resulta ser una asignatura compleja, ésta puede ser estudiada de forma creativa utilizando recursos didácticos que faciliten la comprensión de la asignatura.

Para que el proceso de aprendizaje se desarrolle de mejor manera en la asignatura de la Geometría Analítica, será necesario utilizar recursos educativos que faciliten al aprendizaje del tema de la hipérbola en los estudiantes; de tal forma que lo hagan en el laboratorio mediante prácticas que al ser desarrolladas generen un nexo entre la teoría y la práctica.



Una de las alternativas es la utilización de una guía y el material didáctico respectivo para cada tema, con la finalidad de lograr en el estudiante un aprendizaje significativo.

De la experiencia como estudiantes del último ciclo de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca se puede indicar que la Geometría Analítica se ha estudiado únicamente en el aula de clases debido a múltiples factores como la no existencia de guías didácticas y recursos didácticos idóneos para abordar los contenidos de esta asignatura. Por este motivo para conocer la falta de estos recursos aplicables en el aprendizaje se ha realizado una encuesta, en la cual consta un conjunto de preguntas que nos permiten justificar la problemática en la enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica, de manera específica en el tema de la hipérbola, y los resultados de la encuesta serán analizados con el objetivo de elaborar una guía con su respectivo material didáctico, que ayudará al proceso de enseñanza-aprendizaje.

2.2 SELECCIÓN DE LA POBLACIÓN

La población considerada para el presente trabajo de investigación la conforman los estudiantes activos de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, correspondientes al periodo lectivo septiembre 2016 a febrero 2017; la misma que consta de 147 estudiantes matriculados en los ciclos primero, segundo, cuarto, sexto y octavo.

2.3 POBLACIÓN Y MUESTRA

2.3.1 POBLACIÓN

La investigación se efectuó en la Carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca, con la finalidad de realizar un estudio sobre el aprendizaje de los contenidos de la Geometría Analítica, de manera concreta sobre el estudio de la hipérbola en nuestra carrera, ya que la misma tiene a cargo la preparación de futuros docentes en esta área específica.



2.3.2 MUESTRA

En el proceso de investigación se aplicó una encuesta a 139 estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física, en la cual cada pregunta se formuló según los contenidos; es decir, de carácter cerradas y múltiple opción. Para ello se planteó el método cuantitativo, el mismo que permitió obtener la información a partir de las encuestas.

2.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Para conseguir la información pertinente, se aplicó una encuesta conformada de 18 preguntas a los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física; dicho análisis es de carácter descriptivo debido a que se elaboró tablas y gráficas a partir de los datos obtenidos. De tal forma, que los resultados alcanzados sean representados de manera óptima; y al mismo tiempo evidencien la problemática que subyace en los estudiantes en el proceso de aprendizaje de la hipérbola, al cursar la asignatura de Geometría Analítica.

Además, mostrar la necesidad de elaborar un recurso educativo que dinamice y facilite la comprensión de los contenidos impartidos en esta asignatura; es decir, la elaboración de una guía didáctica con su respectivo material concreto.

2.5 ANÁLISIS DE DATOS

La encuesta está conformada por 18 preguntas elaboradas en un 100% de carácter cerradas y múltiple opción, con el objetivo de conseguir respuestas concretas. Todas las preguntas se encaminan a investigar la dificultad que se genera en el estudiante referente al aprendizaje de la hipérbola. Al mismo tiempo la necesidad de aquellos recursos educativos que sirvan de complemento para el desarrollo de la teoría y la práctica en base a los contenidos propuestos; de tal forma que al ejecutarlos faciliten el aprendizaje de la asignatura en los primeros ciclos de la carrera de Matemáticas y Física.

Los resultados de la encuesta han sido analizados pregunta a pregunta de la siguiente manera:



1. ¿En qué especialidad obtuvo su título de bachiller?

Tabla 1.
Especialidad en la que obtuvo su título de bachiller.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES
Físico-Matemáticas	39
Químico-Biológicas	7
Ciencias Generales	43
Ciencias Agropecuarias	5
Secretariado y Contabilidad	8
Ciencias Sociales	3
Informática	9
Otras	25
Total	139

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

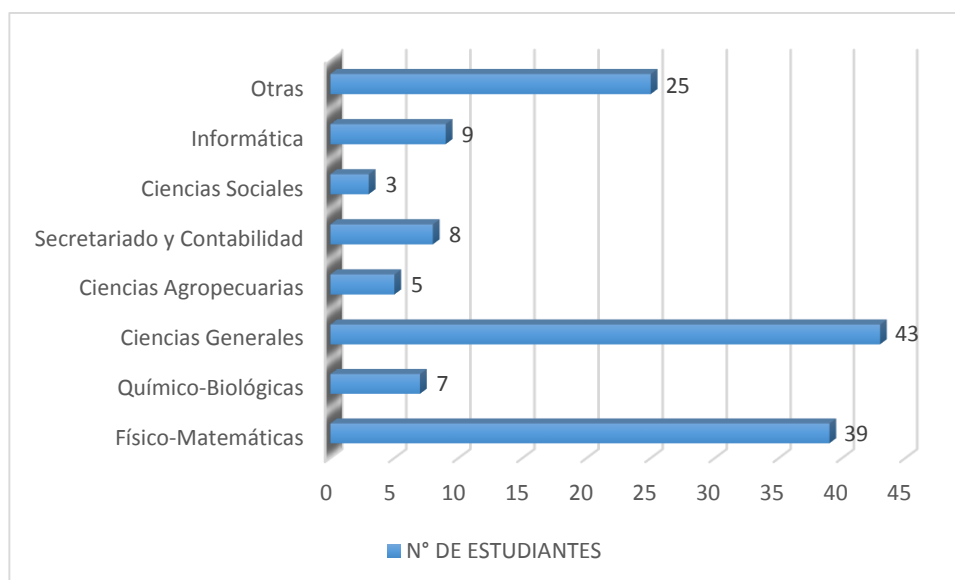


Ilustración 1. Especialidades en las que obtuvo su título de bachiller.



Los resultados indican que la mayoría de estudiantes encuestados se graduaron en la especialidad de Físico-Matemáticas y Ciencias Generales; de tal forma que estos resultados manifiestan la afinidad por la especialización en la carrera de Matemáticas y Física.

2. ¿Le gusta la Geometría Analítica?

Tabla 2.
Interés por la Geometría Analítica.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES
Bastante	65
Mucho	40
Poco	34
Total	139

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

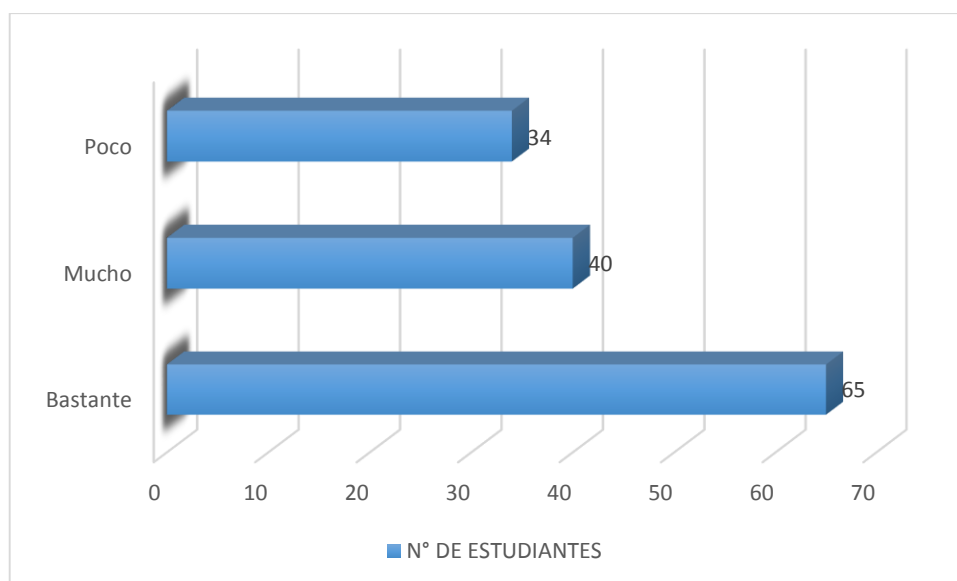


Ilustración 2. Interés por la Geometría Analítica.

A un gran porcentaje de estudiantes les gusta la Geometría Analítica, destacando la importancia de esta asignatura como conocimiento previo hacia las demás materias que convergen con esta área de estudio.



3. Al estudiar la Geometría Analítica: ¿usted presentó dificultades?

Tabla 3.
Dificultades al estudiar la Geometría Analítica.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES
Siempre	37
A veces	75
Casi nunca	17
Nunca	10
Total	139

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

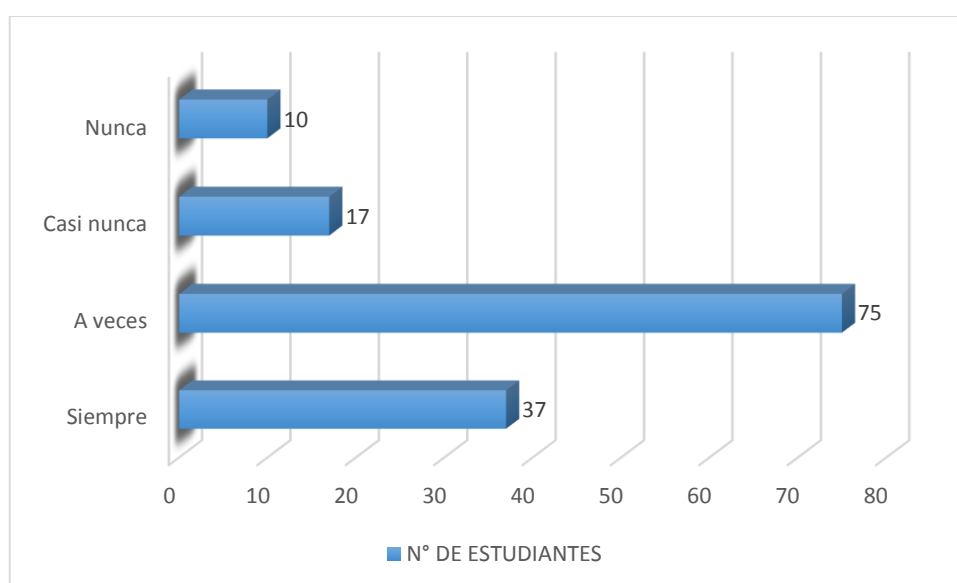


Ilustración 3. Dificultades al estudiar la Geometría Analítica.

En gran parte de los estudiantes subyacen dificultades al estudiar la Geometría Analítica, lo que permite idear nuevas estrategias de aprendizaje que faciliten la asimilación de contenidos abordados dentro de esta área de estudio.



4. La Geometría Analítica es para Ud.

Tabla 4.
La Geometría Analítica es para Ud.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES
Abstracta y memorística	20
Difícil	52
Concreta	34
Práctica	23
Otras	10
Total	139

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

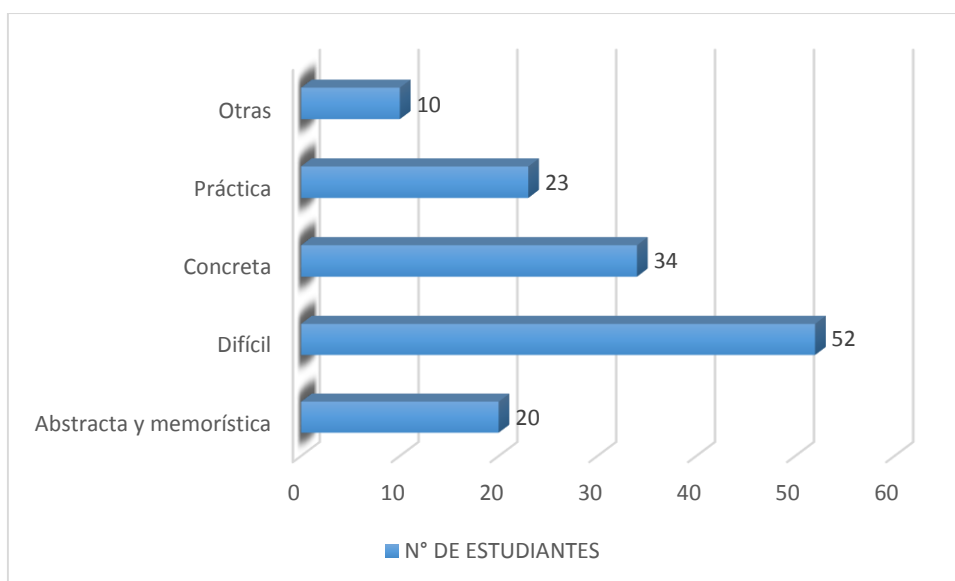


Ilustración 4. La Geometría Analítica es para Ud.

Un gran número de estudiantes manifiesta que la Geometría Analítica es de carácter compleja, lo que significa que el estudiante no aprecia los contenidos de manera lógica y concreta; de tal forma que se puede implementar un recurso educativo que facilite la consolidación del estudio de la hipérbola.



5. ¿Qué recursos didácticos utiliza el docente con mayor frecuencia en cada clase? Señale una opción correspondiente a cada literal.

Para esta pregunta se ha procedido a realizar un análisis de cada ítem según cada opción señalada; a continuación, se presenta de manera detallada los resultados a partir de tablas y gráficos.

a) Pizarra

Tabla 5.
Uso de la pizarra.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES
Siempre	136
A veces	3
Casi nunca	0
Nunca	0
Total	139

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

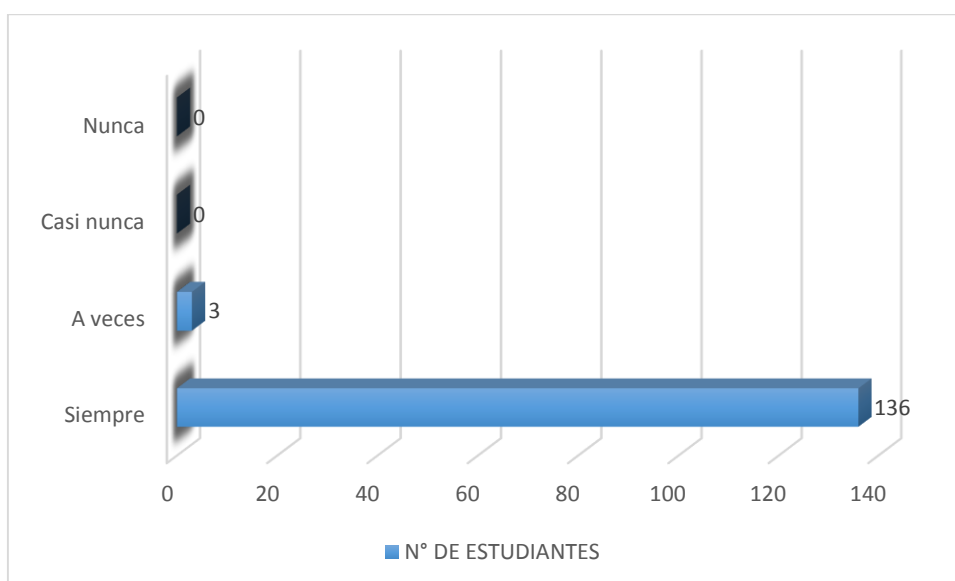


Ilustración 5. Uso de la pizarra.

Los resultados detallan que el docente por lo general siempre está desarrollando su clase con este recurso, ya que es el principal medio de comunicación para la enseñanza y aprendizaje de los contenidos impartidos hacia el estudiante.

b) Audiovisuales

Tabla 6.
Uso de audiovisuales.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	15	10,79
A veces	81	58,27
Casi nunca	32	23,02
Nunca	11	7,91
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

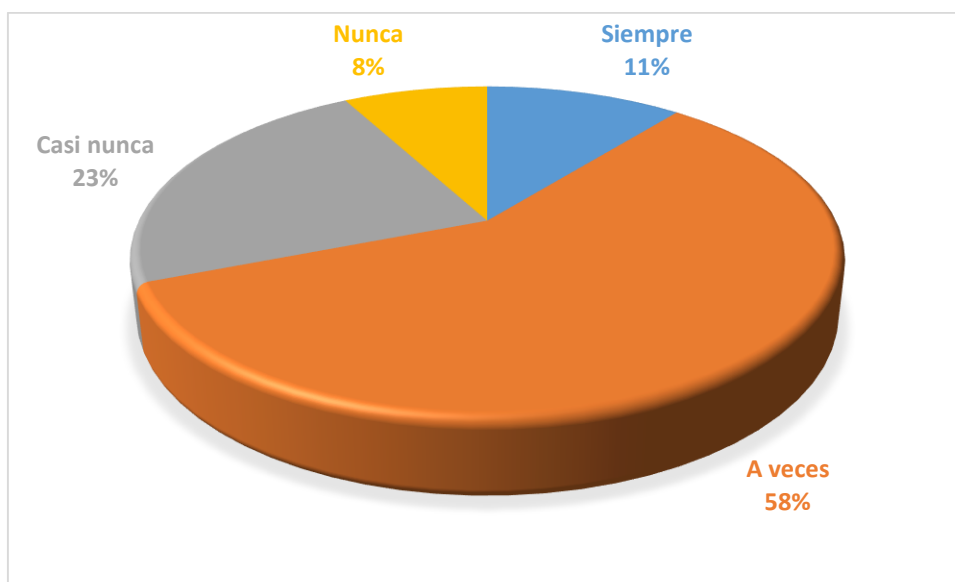


Ilustración 6. Uso de Audiovisuales.

Los resultados indican el uso no muy frecuente de este recurso, debido a que los contenidos no ameritan en su gran mayoría emplearlos en cada clase.

c) Libros

Tabla 7.
Uso de libros.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	82	58,99
A veces	43	30,94
Casi nunca	14	10,07
Nunca	0	0,00
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)



Ilustración 7. Uso de Libros.

Los resultados obtenidos indican que el docente usa libros en un 58,99%, debido a que los contenidos abordados se encuentran planificados acorde al sílabo referente a la asignatura.

d) Material de apoyo

Tabla 8.
Uso de material de apoyo.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	19	13,67
A veces	67	48,20
Casi nunca	45	32,37
Nunca	8	5,76
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

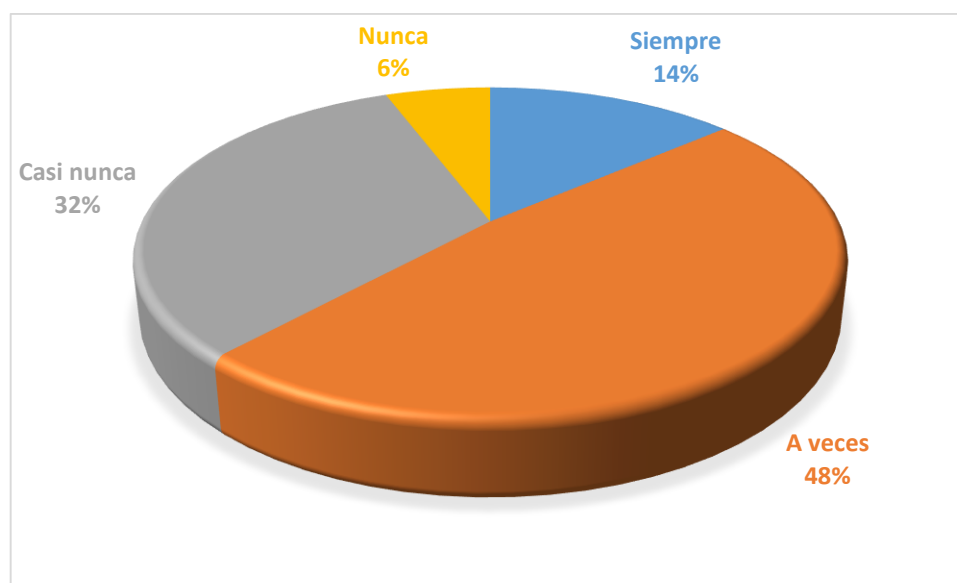


Ilustración 8. Uso de material de apoyo.

Los resultados muestran que el docente no hace uso de material de apoyo, debido a factores como: tiempo y disponibilidad de recursos idóneos para cada tema de estudio.

e) Otros

Tabla 9.
Uso de otros recursos.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	8	5,76
A veces	26	18,71
Casi nunca	25	17,99
Nunca	80	57,55
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

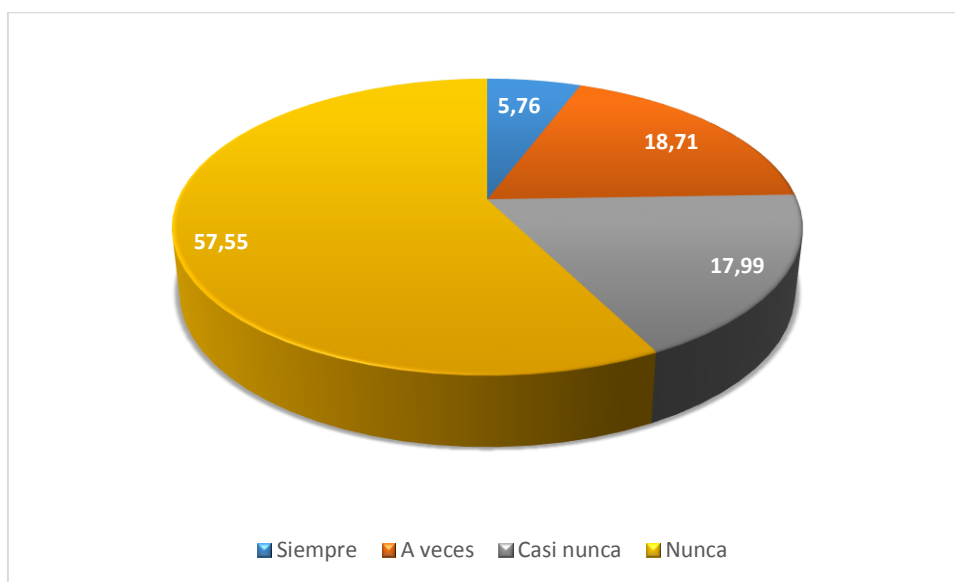


Ilustración 9. Uso de otros recursos.

Los estudiantes concuerdan que el docente en su totalidad se encamina en lo que se aborda en el sílabo; por ende, no emplea otros recursos para la enseñanza de los contenidos.

6. Considero que el temario y los contenidos de la asignatura son... (Por favor, marca tantas opciones como consideres oportunas).



Para esta pregunta se ha procedido a realizar un análisis de cada ítem según cada opción señalada; a continuación, se presenta de manera detallada los resultados a partir de tablas y gráficos.

a) Son complicados

Tabla 10.
Los temarios y contenidos de la asignatura son complicados.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	20	14,39
A veces	102	73,38
Casi nunca	13	9,35
Nunca	4	2,88
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)



Ilustración 10. Temarios y contenidos de la asignatura son complicados.



Los estudiantes concuerdan que los temarios y contenidos son complicados en un gran porcentaje, ya que el carácter de la asignatura genera resolución y modelado de fórmulas que desencadenan hacia la parte práctica que es la resolución de ejercicios.

b) De mucho interés

Tabla 11.
Los temarios y contenidos de la asignatura son de mucho interés.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	64	46,04
A veces	67	48,20
Casi nunca	8	5,76
Nunca	0	0,00
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

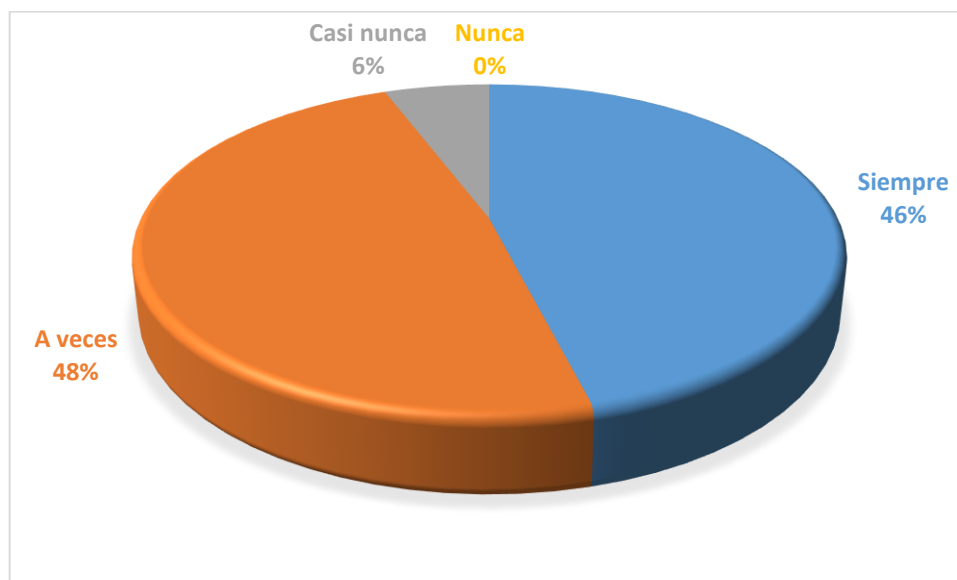


Ilustración 11. Temarios y contenidos de la asignatura son de mucho interés.

Para los estudiantes los temarios y contenidos en gran parte tienen mucha relevancia ya que sirven de nexo con otras asignaturas próximas en cuanto a su preparación académica.

c) Entretenidos

Tabla 12.
Los temarios y contenidos de la asignatura son entretenidos.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	35	25,18
A veces	72	51,80
Casi nunca	26	18,71
Nunca	6	4,32
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

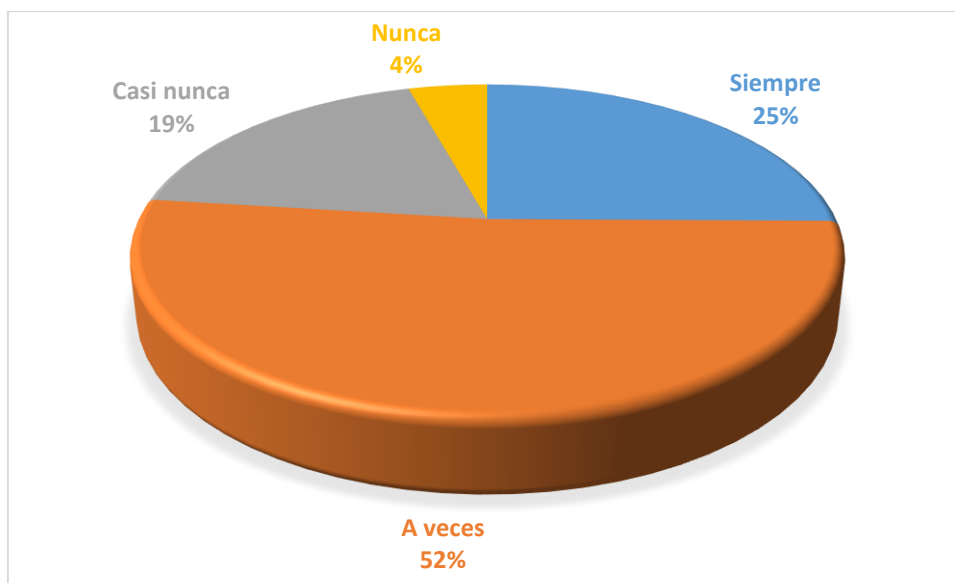


Ilustración 12. Temarios y contenidos de la asignatura son entretenidos.

Los estudiantes manifiestan que los temarios y contenidos son poco entretenidos; tal vez esto se debe a la falta de recursos que vinculen el desarrollo teórico y práctico en la asignatura.

d) Son aburridos

Tabla 13.
Los temarios y contenidos de la asignatura son aburridos.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	6	4,32
A veces	44	31,65
Casi nunca	46	33,09
Nunca	43	30,94
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

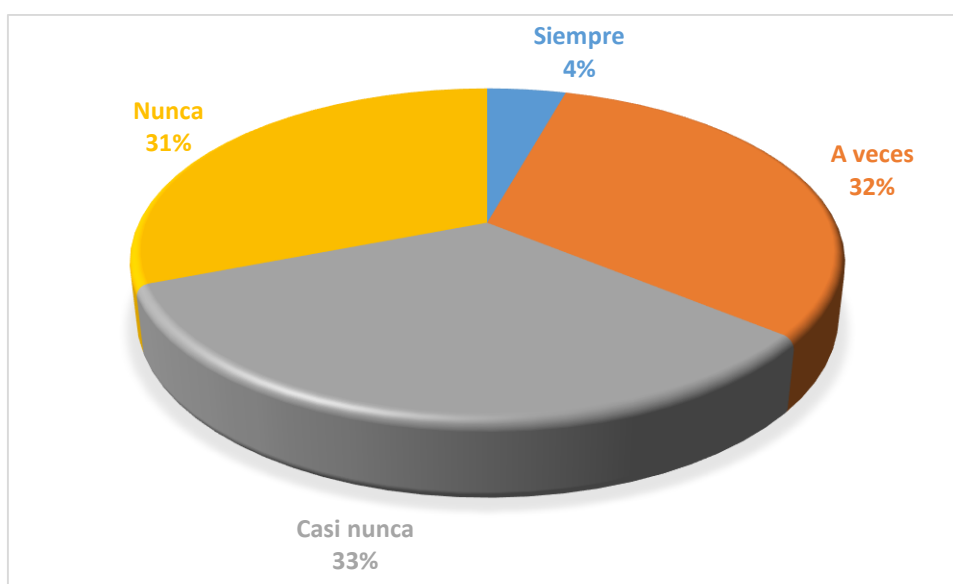


Ilustración 13. Temarios y contenidos de la asignatura son aburridos.

Los resultados indican que los estudiantes requieren de un recurso que motive y despierte el interés por los temarios y contenidos abordados en cada clase.

7. En la asignatura de Geometría Analítica, la clase fue impartida por parte del docente de manera:



a) Teórica

Tabla 14.
La asignatura fue impartida de manera teórica.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	73	52,52
A veces	42	30,22
Casi nunca	24	17,27
Nunca	0	0,00
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

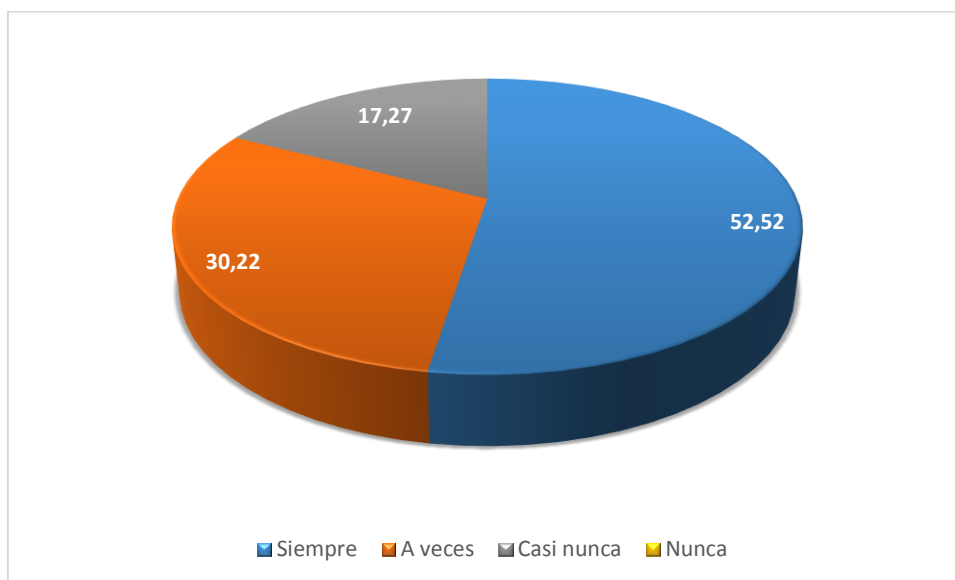


Ilustración 14. La asignatura fue impartida de manera teórica.

Para los estudiantes la enseñanza de la clase en gran mayoría se la hace de manera teórica, debido a falta de recursos educativos que apoyen las bases teóricas de cada ítem de estudio desarrollado en cada clase.



b) Práctica

Tabla 15.
La asignatura fue impartida de manera práctica.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	46	33,09
A veces	73	52,52
Casi nunca	15	10,79
Nunca	5	3,60
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

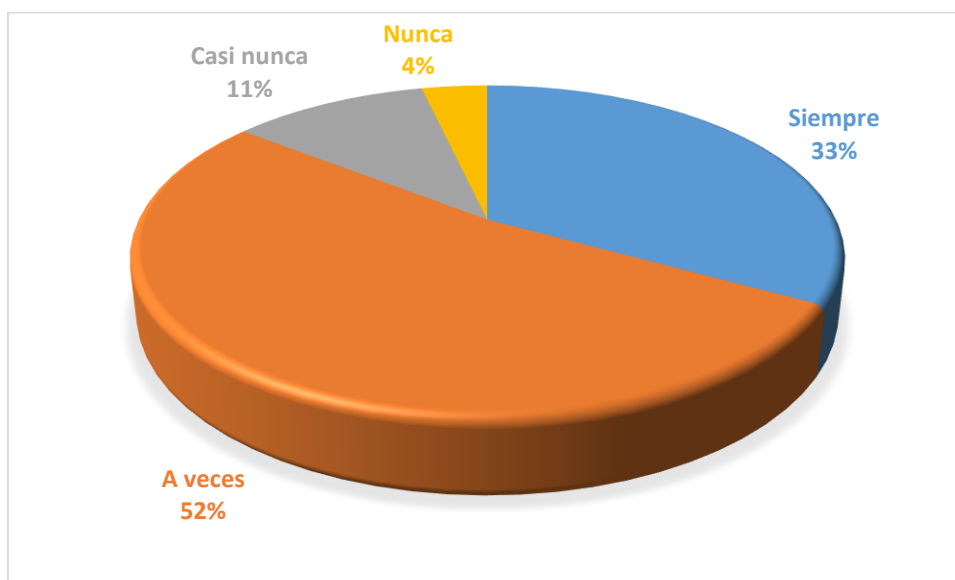


Ilustración 15. La asignatura fue impartida de manera práctica.

Un gran número de estudiantes consideran que la clase fue impartida de manera práctica, ya que la estructura de la asignatura se fundamenta hacia la resolución de ejercicios.

c) Teórica-Práctica

Tabla 16.
La asignatura fue impartida de manera teórica-práctica.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	76	54,68
A veces	42	30,22
Casi nunca	14	10,07
Nunca	7	5,04
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

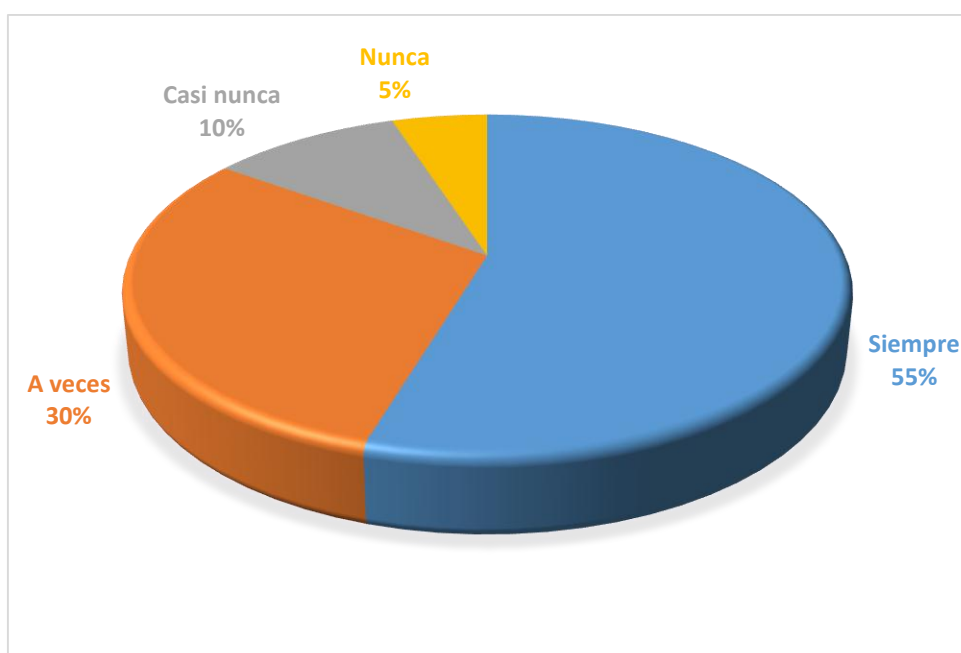


Ilustración 16. La asignatura fue impartida de manera teórica-práctica.

Los resultados evidencian que la clase por parte del docente es impartida de manera teórica-práctica, donde se vincula el conocimiento específico de la asignatura para la respectiva resolución de problemas planteados en los subtemas de cada área de estudio.



8. Los contenidos de la Geometría Analítica serían ideales aprenderlos en... (Por favor, señale una opción)

Para esta pregunta se ha procedido a realizar un análisis de cada ítem según cada opción señalada; a continuación, se presenta de manera detallada los resultados a partir de tablas y gráficos.

a) La pizarra

Tabla 17.

Los contenidos de la Geometría Analítica serían ideales aprenderlos en la pizarra.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	68	48,92
De acuerdo	43	30,94
Neutral	18	12,95
En desacuerdo	0	0,00
Totalmente en desacuerdo	10	7,19
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

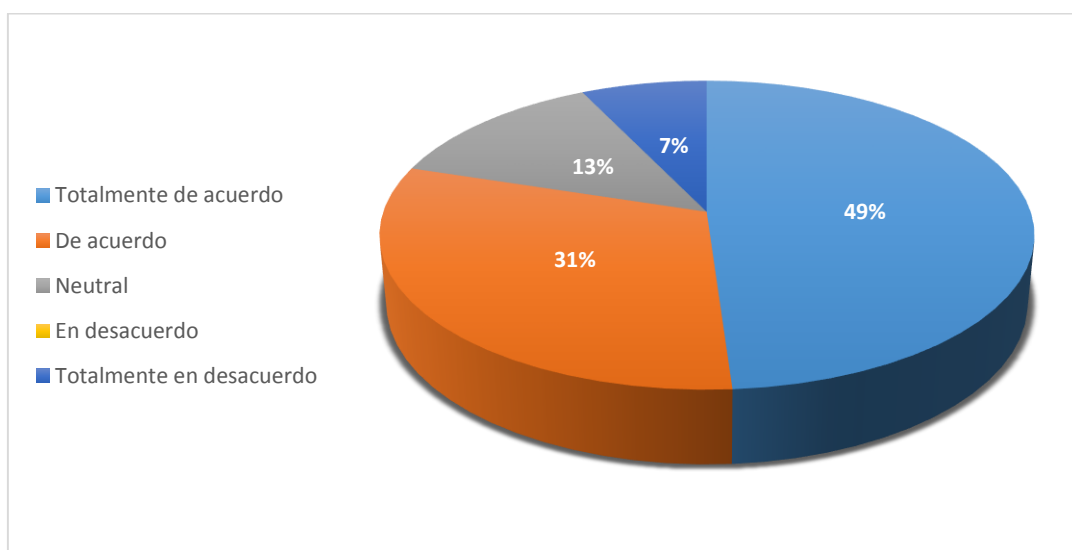


Ilustración 17. Los contenidos de la Geometría Analítica serían ideales aprenderlos en la pizarra.

Los estudiantes en gran parte concuerdan que los contenidos se deben aprender en la pizarra, tal vez este pensamiento se genera debido a la falta de utilización de nuevas estrategias y recursos para la enseñanza.

b) Utilizando material concreto

Tabla 18.

Los contenidos de la Geometría Analítica serían ideales aprenderlos utilizando material concreto.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	96	69,06
De acuerdo	38	27,34
Neutral	18	12,95
En desacuerdo	5	3,60
Totalmente en desacuerdo	0	0,00
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

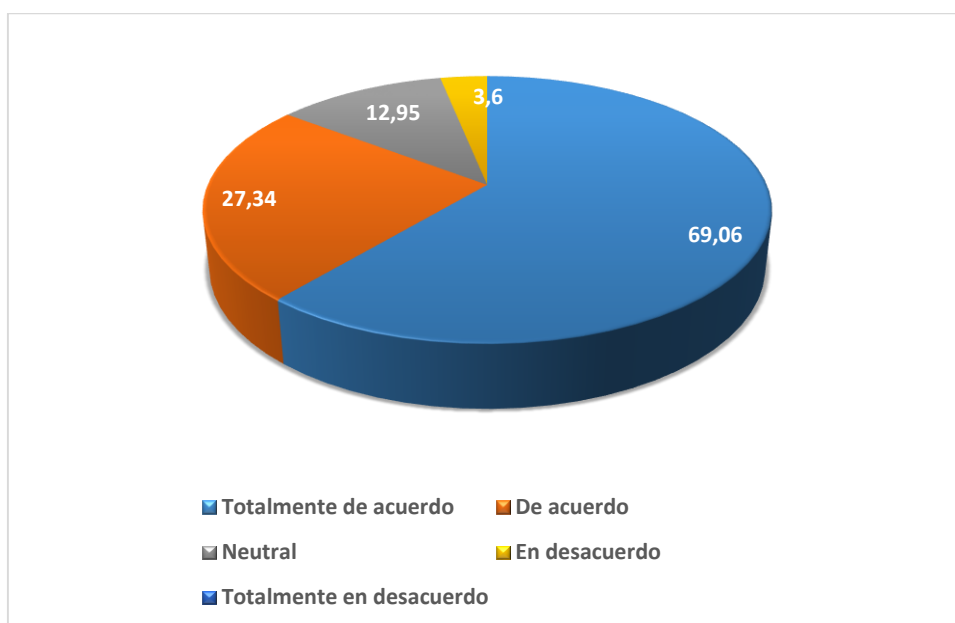


Ilustración 18. Aprendizaje de la Geometría Analítica al utilizar material concreto.



Los estudiantes indican la necesidad de apoyarse en un recurso tangible que facilite la consolidación de los contenidos impartidos en la asignatura.

c) Realizando prácticas de laboratorio

Tabla 19.

Los contenidos de la Geometría Analítica serían ideales aprenderlos realizando prácticas de laboratorio.

OPCIONES	Nº DE	FRECUENCIA
	ESTUDIANTES	RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	76	54,68
De acuerdo	33	23,74
Neutral	30	21,58
En desacuerdo	0	0,00
Totalmente en desacuerdo	0	0,00
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

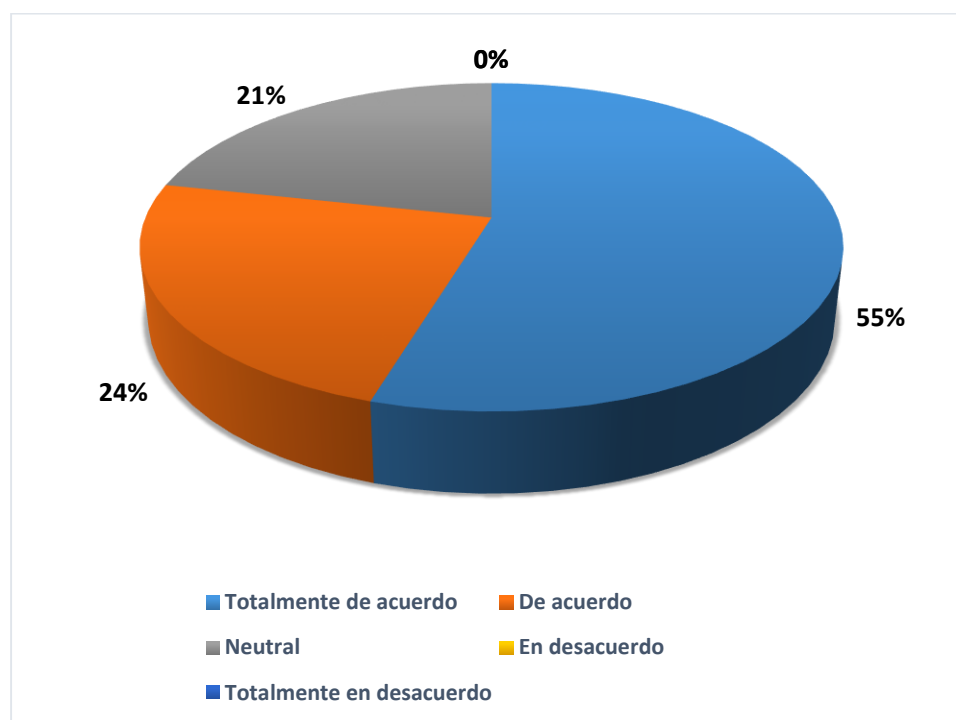


Ilustración 19. Aprendizaje de la Geometría Analítica al realizar prácticas de laboratorio.



Los estudiantes concuerdan en utilizar el laboratorio de Matemáticas para realizar prácticas en cuanto a esta asignatura, ya que se estaría aprendiendo de una manera diferente los contenidos de ésta.

9. ¿Cuál es tu nivel de satisfacción general con esta asignatura?

Tabla 20.
Niveles de satisfacción con la asignatura.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES
Muy satisfecho	26
Satisfecho	81
Insatisfecho	32
Total	139

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

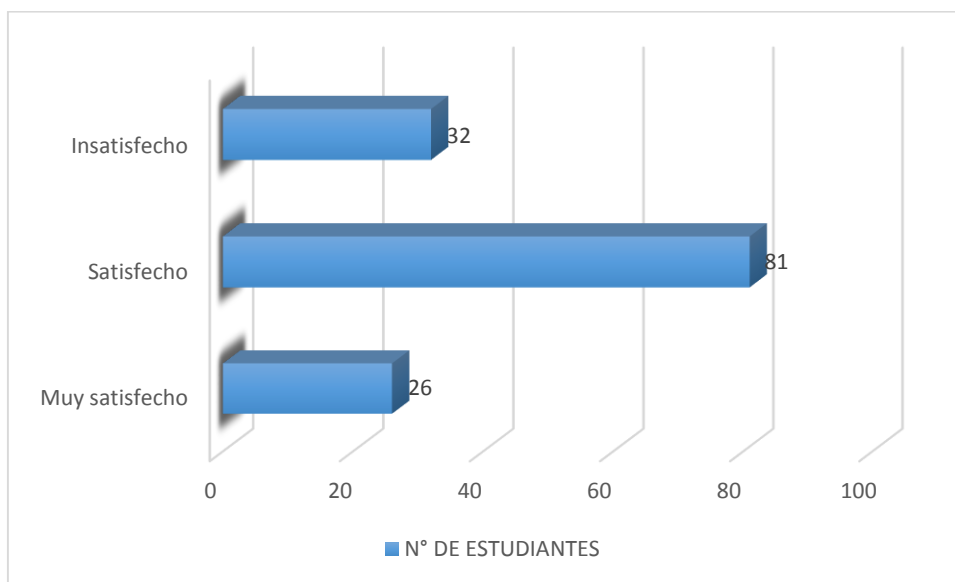


Ilustración 20. Niveles de satisfacción con la asignatura.

En gran parte los estudiantes se encuentran en un estado de conformidad en cuanto a la asignatura, es decir, se abarcan todos los contenidos propuestos en el sílabo de la asignatura.

10. ¿Considera oportuna la implementación de una guía didáctica para el aprendizaje de la Hipérbola?

Tabla 21.

Implementación de una guía didáctica para el aprendizaje de la hipérbola.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	70	50,36
De acuerdo	53	38,13
Neutral	16	11,51
En desacuerdo	0	0,00
Totalmente en desacuerdo	0	0,00
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

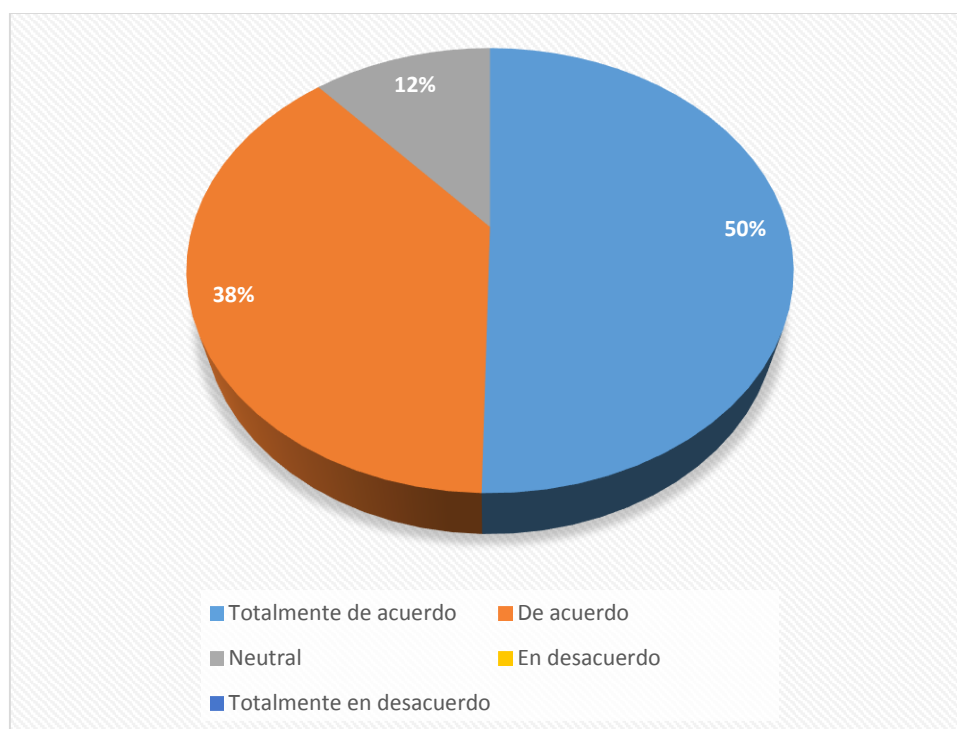


Ilustración 21. Implementación de una guía didáctica para el aprendizaje de la hipérbola.

La mayoría de estudiantes indican la necesidad de implementar nuevos recursos educativos que faciliten su aprendizaje y les permitan alcanzar a plenitud todas las destrezas establecidas en la asignatura.

11. ¿Considera que el uso de una guía didáctica facilitaría la comprensión de los conceptos y ejercicios acerca la hipérbola?

Tabla 22.

El uso de una guía didáctica facilitaría la comprensión de conceptos y ejercicios sobre la hipérbola.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	67	48,20
De acuerdo	63	45,32
Neutral	9	6,47
En desacuerdo	0	0,00
Totalmente en desacuerdo	0	0,00
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

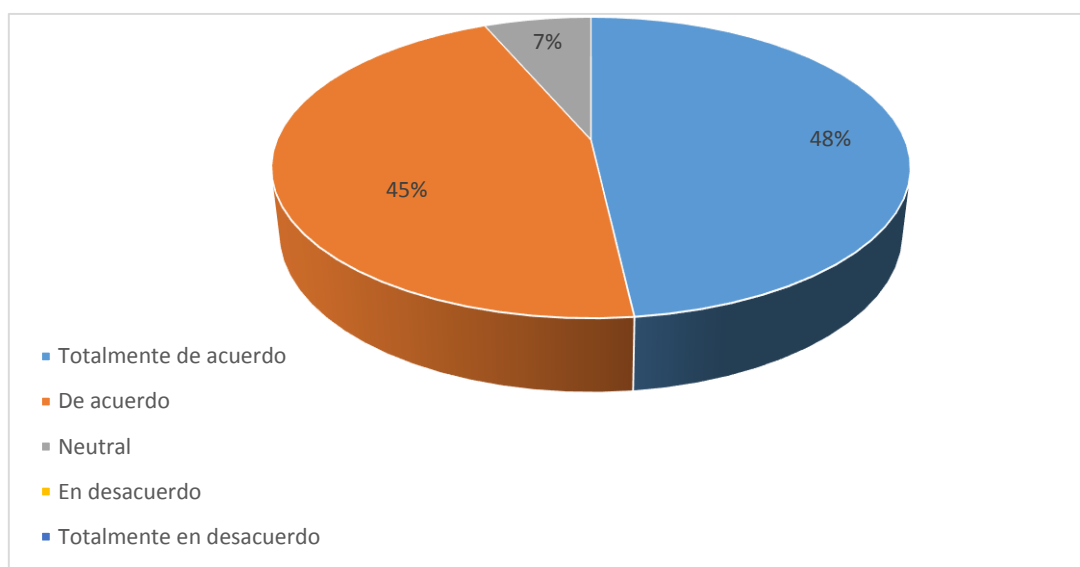


Ilustración 22. El uso de una guía didáctica facilitaría la comprensión de conceptos y ejercicios.



La mayoría de estudiantes apoyan el uso de una guía didáctica para el aprendizaje de la hipérbola, ya que este recurso les servirá como una herramienta de complemento para la comprensión de los contenidos.

12. La utilización de material concreto con su respectiva guía facilitaría el proceso de aprendizaje de la hipérbola.

Tabla 23.

El uso de material concreto con su respectiva guía facilitaría el aprendizaje de la hipérbola.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	68	48,92
De acuerdo	65	46,76
Neutral	6	4,32
En desacuerdo	0	0,00
Totalmente en desacuerdo	0	0,00
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

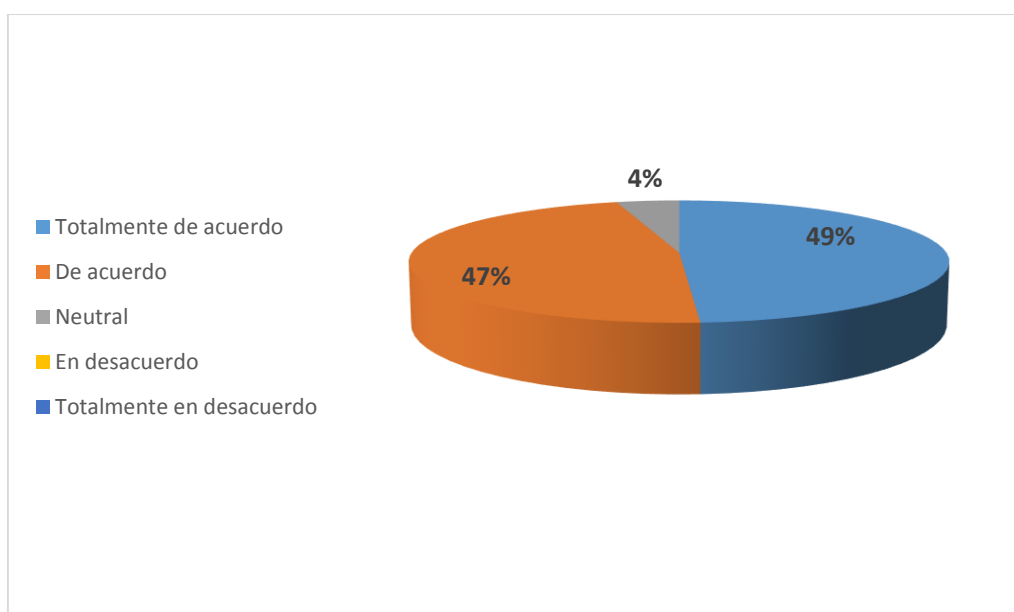


Ilustración 23. El uso de material concreto con su respectiva guía facilitaría el aprendizaje de la hipérbola.



Los estudiantes indican el uso pertinente de una guía didáctica para el aprendizaje de la hipérbola, debido a que la guía para su elaboración sigue una estructura lógica y concreta para que mediante su uso el estudiante realice las prácticas correspondientes en el laboratorio de Matemáticas y Física.

13. ¿Considera que los docentes de la Carrera en la asignatura de Geometría Analítica deben utilizar material concreto y guías que permitan mejorar su metodología?

Tabla 24.

¿Considera el uso de material concreto y guías por parte de los docentes de la carrera para la mejora de su metodología?

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Sí	135	97,12
No	4	2,88
Total	139	100,00

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

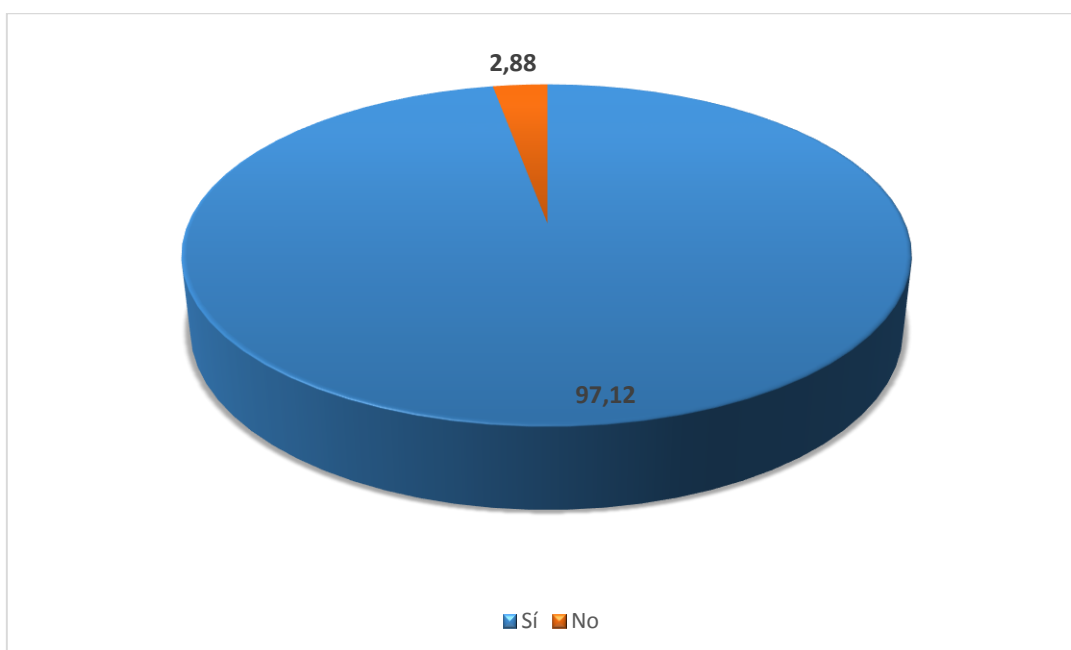


Ilustración 24. *¿Considera el uso de material concreto y guías por parte de los docentes para la enseñanza?*

La mayoría de estudiantes enuncia que los docentes sí deberían utilizar material concreto y guías que permitan mejorar su metodología acerca la Geometría Analítica. Todo esto debido a una nueva forma de enseñar y aprender los contenidos de esta asignatura.

14. Si los contenidos de la Hipérbola los enlazáramos con material concreto, aprenderlos resultaría:

Tabla 25.

Aprendizaje de los contenidos de la Hipérbola en base a material concreto.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Muy difícil	3	2,16
Difícil	7	5,04
Fácil	92	66,19
Muy fácil	37	26,62
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

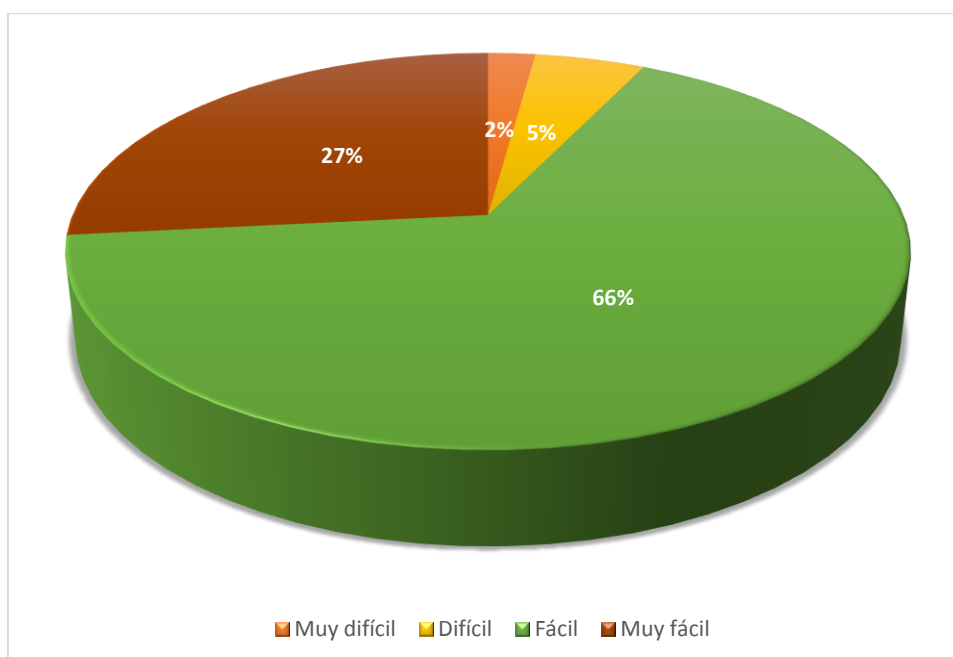


Ilustración 25. Aprendizaje de los contenidos de la Hipérbola en base a material concreto.

Los resultados manifiestan que, al usar este recurso como herramienta de aprendizaje, para los estudiantes resultaría fácil la asimilación de contenidos impartidos por parte del docente.

15. ¿Conoce si en la carrera de Matemáticas y Física existen recursos didácticos que el docente pueda utilizar para una mejor enseñanza de la Geometría Analítica?

Tabla 26.

¿La carrera de Matemáticas y Física dispone de materiales didácticos para el docente en la enseñanza de la asignatura?

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Sí	65	46,76
No	74	53,24
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

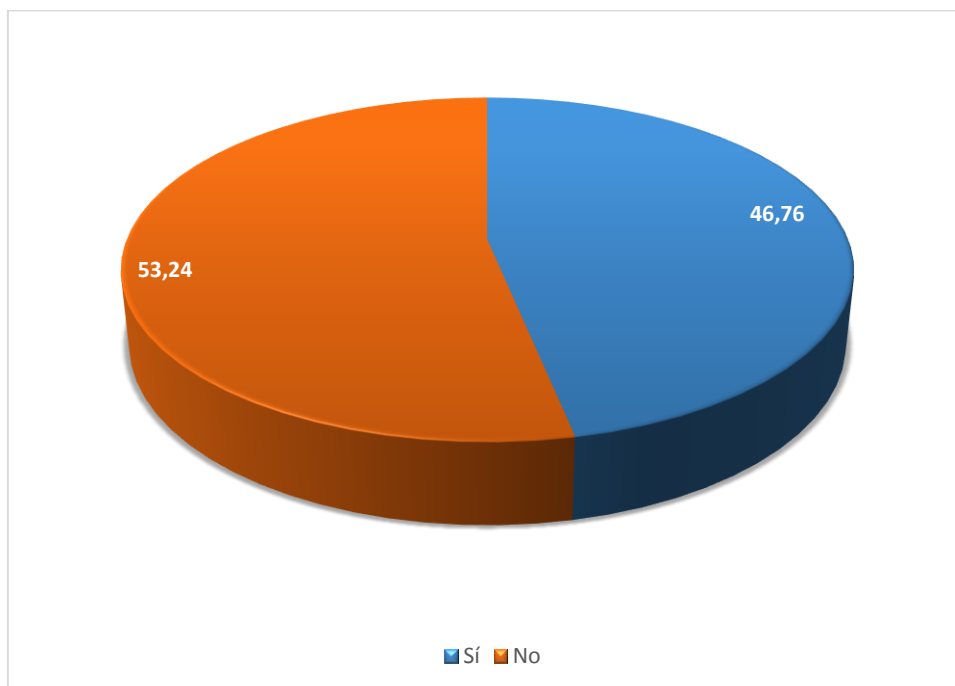


Ilustración 26. Aprendizaje de los contenidos de la hipérbola en base a material concreto.

Los estudiantes en gran parte si conocen sobre los recursos didácticos disponibles en la carrera de Matemáticas y Física destinados para la enseñanza de la Geometría Analítica; sin embargo, debemos tener en cuenta que para cierta área de estudio la carrera no dispone de materiales, de manera específica en el estudio de la hipérbola.

16. Al utilizar una guía didáctica realizando prácticas en el laboratorio de matemáticas, ¿se facilitaría la comprensión de la asignatura de la Geometría Analítica?

Tabla 27.

El uso de una guía didáctica en el laboratorio de matemáticas facilitaría la comprensión de la asignatura.

OPCIONES	Nº DE	FRECUENCIA
	ESTUDIANTES	RELATIVA (%)
Sí	122	87,77
No	17	12,23
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

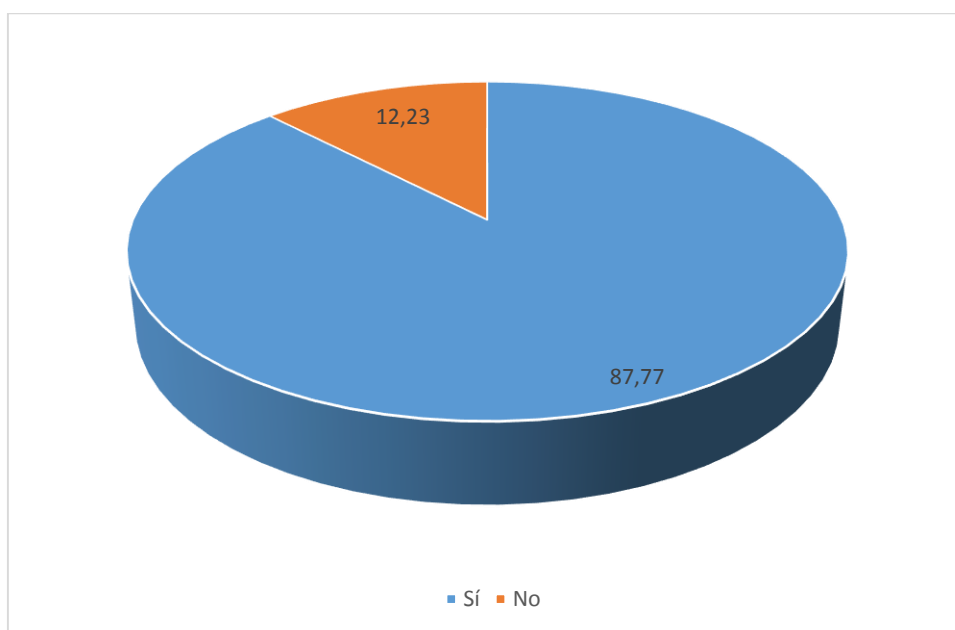


Ilustración 27. El uso de una guía didáctica facilitaría la comprensión de la asignatura.

Gran parte de los estudiantes enuncia que sí se facilitaría la comprensión de la Geometría Analítica al utilizar una guía didáctica mientras se ejecutan prácticas en el laboratorio de Matemáticas

17. ¿Usted presentó dificultades al estudiar el tema de la hipérbola?

Tabla 28.
Dificultades al estudiar la hipérbola.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	28	20,14
A veces	81	58,27
Casi nunca	20	14,39
Nunca	10	7,19
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

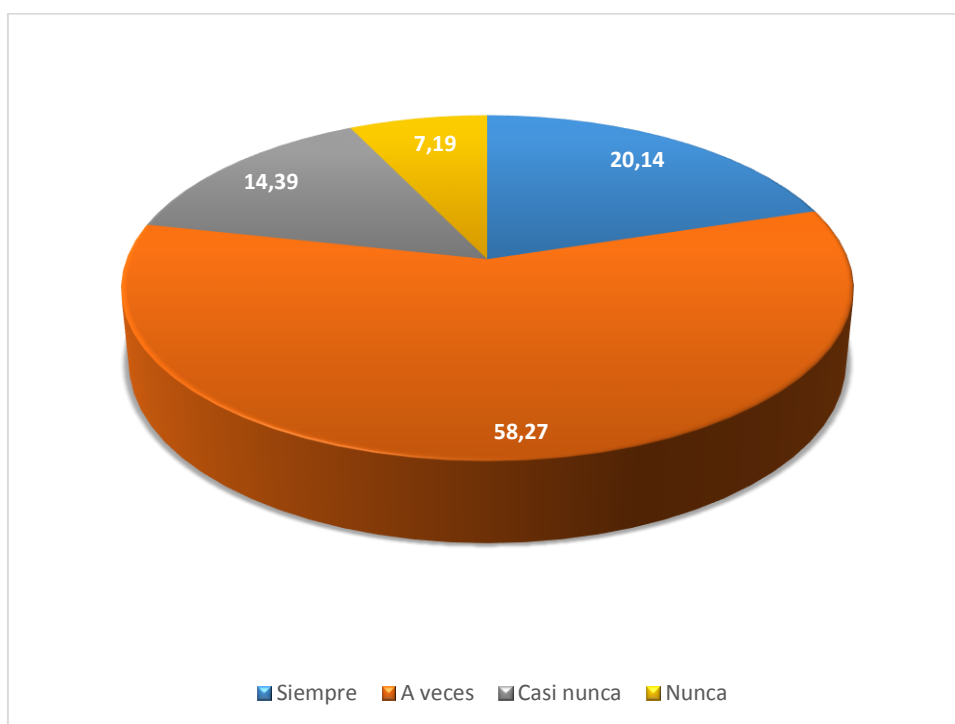


Ilustración 28. Dificultades al estudiar la hipérbola.



Los resultados muestran que en gran parte los estudiantes si presentan dificultades al aprender los contenidos acerca la hipérbola.

18. En la asignatura de Geometría Analítica, qué dificultades presentó al abordar el estudio sobre la hipérbola.

a) Proceso Teórico

Tabla 29.
Dificultades de la asignatura en el proceso teórico.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	9	6,47
A veces	81	58,27
Casi nunca	32	23,02
Nunca	17	12,23
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

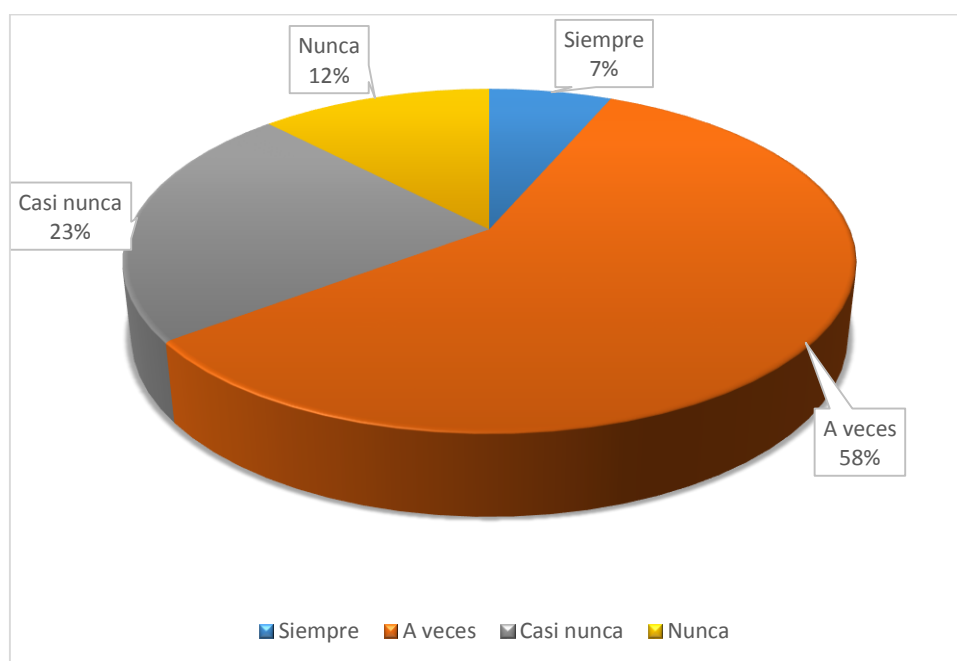


Ilustración 29. Dificultades de la asignatura en el proceso teórico.

En cuanto a este proceso gran parte de los estudiantes manifiestan su dificultad al aprender los contenidos, lo que apoya la elaboración de un recurso idóneo que cubra esta necesidad.

b) Proceso Analítico

Tabla 30.
Dificultades de la asignatura en el proceso analítico.

OPCIONES	N° DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	22	15,83
A veces	65	46,76
Casi nunca	42	30,22
Nunca	10	7,19
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

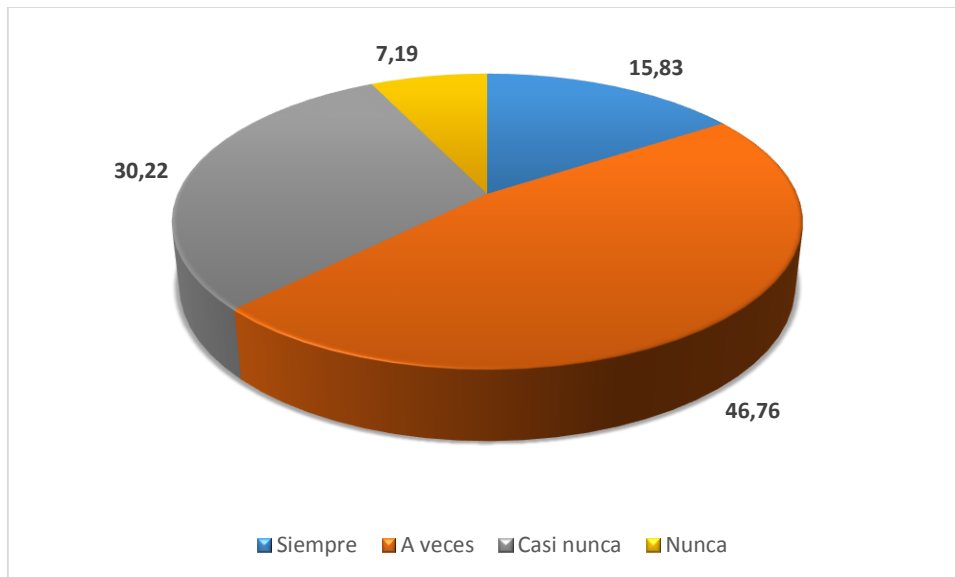


Ilustración 30. Dificultades de la asignatura en el proceso analítico.

Los estudiantes durante el desarrollo analítico de los contenidos presentan en su mayoría dificultades debido a que el único apoyo de aprendizaje es el texto o contenidos planteados en el sílabo de la asignatura.

c) Demostraciones

Tabla 31.
Dificultades de la asignatura en las demostraciones.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	34	24,46
A veces	77	55,40
Casi nunca	21	15,11
Nunca	7	5,04
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

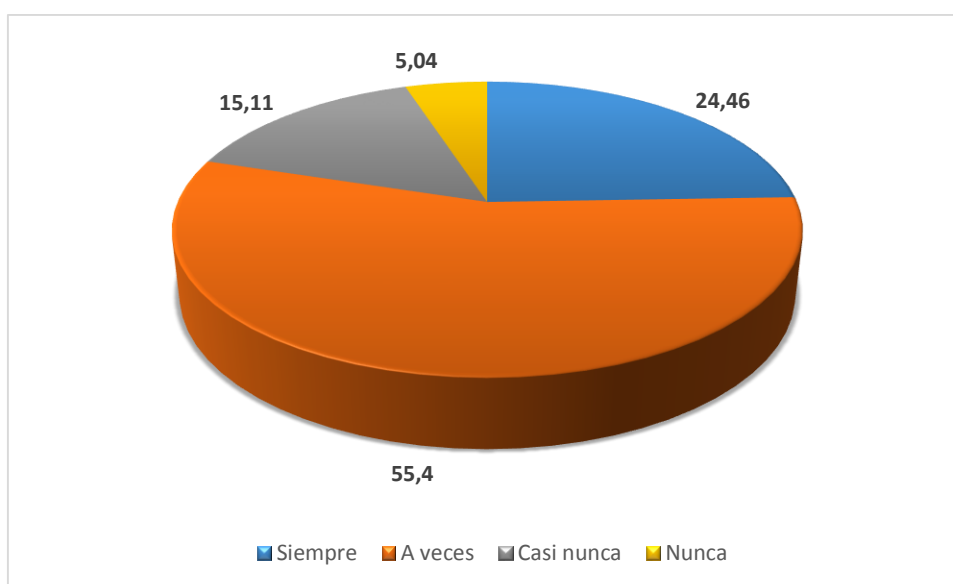


Ilustración 31. Dificultades de la asignatura en las demostraciones.

Los estudiantes presentan dificultades en lo que se refiere a las demostraciones, ya que en este desarrollo únicamente se utiliza nomenclatura basada en los contenidos propuestos acorde al sílabo de la asignatura. De tal forma, que los estudiantes requieren de herramientas que faciliten la consolidación de estos contenidos.



d) Resolución de ejercicios

Tabla 32.
Dificultades de la asignatura en la resolución de ejercicios.

OPCIONES	Nº DE ESTUDIANTES	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Siempre	18	12,95
A veces	70	50,36
Casi nunca	36	25,90
Nunca	15	10,79
Total	139	100

Datos obtenidos en la encuesta (Elaboración propia)

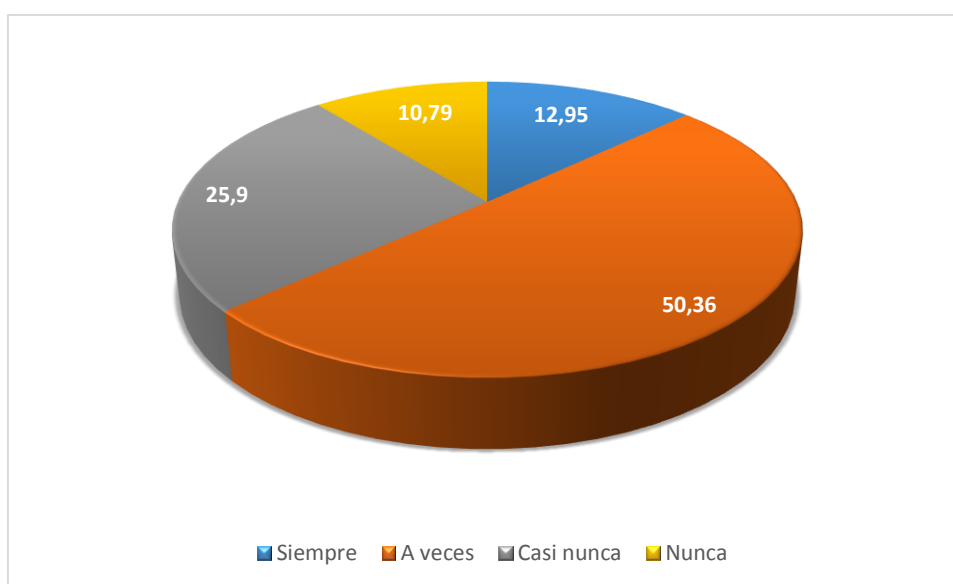


Ilustración 32. Dificultades de la asignatura en la resolución de ejercicios.

Los resultados manifiestan que un gran porcentaje de estudiantes presenta dificultades en cuanto se refiere a la parte práctica; es decir, en la resolución de ejercicios. Por lo que se requiere de material complementario que permita la resolución de ejercicios acerca la hipérbola.



2.6 INTERPRETACIÓN DE DATOS

De acuerdo al análisis cuantitativo en la encuesta aplicada, los resultados muestran la importancia sobre el uso de una guía didáctica y material concreto para el aprendizaje de los contenidos acerca la Geometría Analítica en los estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física.

La mayor parte de los estudiantes consideran que los docentes de la carrera sí deberían utilizar material concreto y guías para mejorar su metodología en cuanto a la enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica. Al mismo tiempo, la utilización de una guía a través de prácticas en el laboratorio de matemáticas para facilitar la comprensión de los contenidos impartidos dentro de esta asignatura.

Cabe recalcar que para la mayoría de estudiantes la Geometría Analítica es de carácter compleja, por ende, consideran que los contenidos de ésta serian ideales aprenderlos utilizando material concreto y realizando prácticas en el laboratorio de matemáticas; al mismo tiempo los estudiantes apoyan la implementación de una guía didáctica para el aprendizaje de la hipérbola.

Al referirnos al aprendizaje de la hipérbola los estudiantes están totalmente de acuerdo sobre el uso de esta guía didáctica para facilitar la comprensión de conceptos y ejercicios desarrollados en el transcurso de la asignatura. Para ello al elaborar esta guía didáctica y materiales concretos se ha considerado las diferentes variables presentes en el aprendizaje de los estudiantes, de tal forma que al implementar este recurso educativo vaya de acuerdo con los objetivos planteados dentro del silabo de la asignatura de Geometría Analítica.

Al mismo tiempo se pretende presentarlo de manera detallada con explicaciones y demostraciones que resulten claras y completas, apoyadas con una variedad de ejercicios, en los que se hace hincapié sobre los métodos de resolución más sobresalientes. Toda esta investigación se objetiva en el apoyo de los estudiantes de la carrera y como un aporte al docente en su incansable trabajo dirigido a la enseñanza de sus estudiantes.



El uso de estos recursos educativos permite la utilización del laboratorio de Matemáticas, ya que se cuenta con recursos idóneos para el aprendizaje de los diferentes conceptos inmersos en esta área de estudio, por lo que los estudiantes lo vinculan con lo impartido por parte del docente, generándose un aprendizaje significativo; es decir, los estudiantes al manipular estos recursos tangibles crean un nexo entre la teoría y la práctica.

CAPÍTULO III

PROPUESTA

3.1 DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

Se obtuvo información para la elaboración de la guía didáctica y material concreto, a través de una encuesta (Anexo 1) realizada a los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, con la finalidad de tener antecedentes, de cómo se enseña la Matemática, en especial la Geometría Analítica. Luego se orientó a los estudiantes a través de preguntas acerca de los temas a trabajarse dentro de la guía didáctica, así como el uso de material didáctico concreto, relacionado con la propuesta para abordar el tema de la hipérbola.

En lo que se refiere a la hipérbola, las prácticas se distribuyen acorde a la siguiente secuencia: demostración de la definición de hipérbola, elementos de la hipérbola ecuación canónica de la hipérbola, ecuación ordinaria de la hipérbola, hipérbola equilátera e hipérbola conjugada; todos éstas se objetivan en que el estudiante construya su propio conocimiento a partir de los recursos educativos elaborados para esta área de estudio.

3.2 ESTRUCTURA DE LA PROPUESTA







INTRODUCCIÓN

La elaboración de la guía didáctica con su respectivo material concreto se ha estructurado acorde a los objetivos que contemplan los contenidos establecidos en la Geometría Analítica. Al mismo tiempo contienen el nivel de estudio pertinente avalado por el sílabo desarrollado por parte de la carrera de Matemáticas y Física.

Esta guía se ha creado para el uso de los docentes y estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca para la asignatura de la Geometría Analítica; de manera específica, para el estudio de la hipérbola.

Los contenidos que conciernen a la hipérbola poseen un grado de complejidad en cuanto a la abstracción, por lo que se los puede desarrollar a través de una práctica de laboratorio, mediante los materiales didácticos idóneos para su consecución en base a cada tema de estudio; y que en conjunto con la guía didáctica permiten la correcta utilización de estos materiales que explican a detalle cada práctica a ser realizada.

La guía didáctica abarca los siguientes temas:

- Demostración de la definición de hipérbola.
- Elementos de la hipérbola.
- Ecuación canónica de la hipérbola.
- Ecuación ordinaria de la hipérbola.
- Hipérbola Equilátera.
- Hipérbola Conjugada.

Las prácticas se han estructurado para su desarrollo de la siguiente manera:

- Portada de la práctica.
- Objetivo
- Materiales.
- Procedimiento.



- Lectura y cálculos.
- Conclusión.
- Ejercicios propuestos.

La elaboración de la guía didáctica tiene como objetivo educativo demostrar en los estudiantes iniciativa y criticidad en la solución de problemas, mediante el perfeccionamiento continuo de los procesos analíticos que se van desarrollando en su pensamiento, los que le proporcionan seguridad y autosatisfacción.

También, esta guía tiene como objetivo instructivo en el estudiante resolver problemas sobre: distancias, construcción de lugares geométricos y simplificar ecuaciones de segundo grado, mediante la correcta aplicación de los modelos matemáticos fundamentales de la Geometría Analítica, utilizando procesos lógicos-deductivos.

SET HIPÉRBOLA		
TIPO	MATERIAL	CANTIDAD
Madera	Geoplano-A2	1
Acrílico	Rectángulos	10
Acrílico	Hipérbolas	10
Acetatos	Gráficas de hipérbolas	60
Elásticas	Cuerdas	15
Hierro	Pines	40

LA HIPÉRBOLA

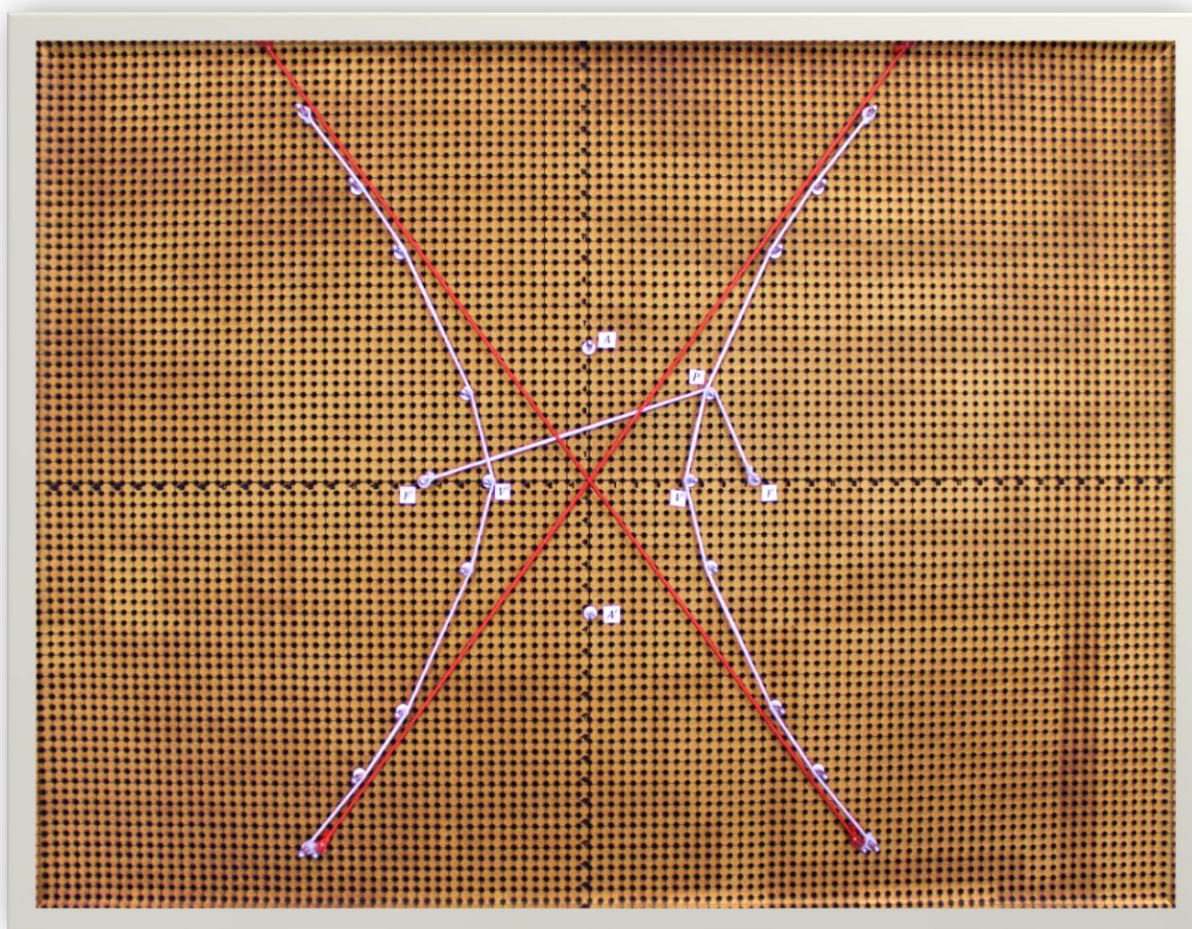


Imagen 33. Demostración de la definición de hipérbola.

Práctica N°1

Demostración de la definición de hipérbola

Autor:

Fecha:

1. OBJETIVO

Encontrar la condición geométrica que define a la hipérbola.

2. MATERIALES

- Geo-plano de madera A2.
- Set de cuerdas y pines.
- Regla graduada.
- Set de etiquetas.

3. PROCEDIMIENTO

NOTA: Al momento de utilizar el geo-plano y ubicar los respectivos pines; tener cuidado al insertar éstos en cada orificio debido a que podría dañar el instrumento de trabajo.

- a) Ubicar el geo-plano sobre la mesa de trabajo.

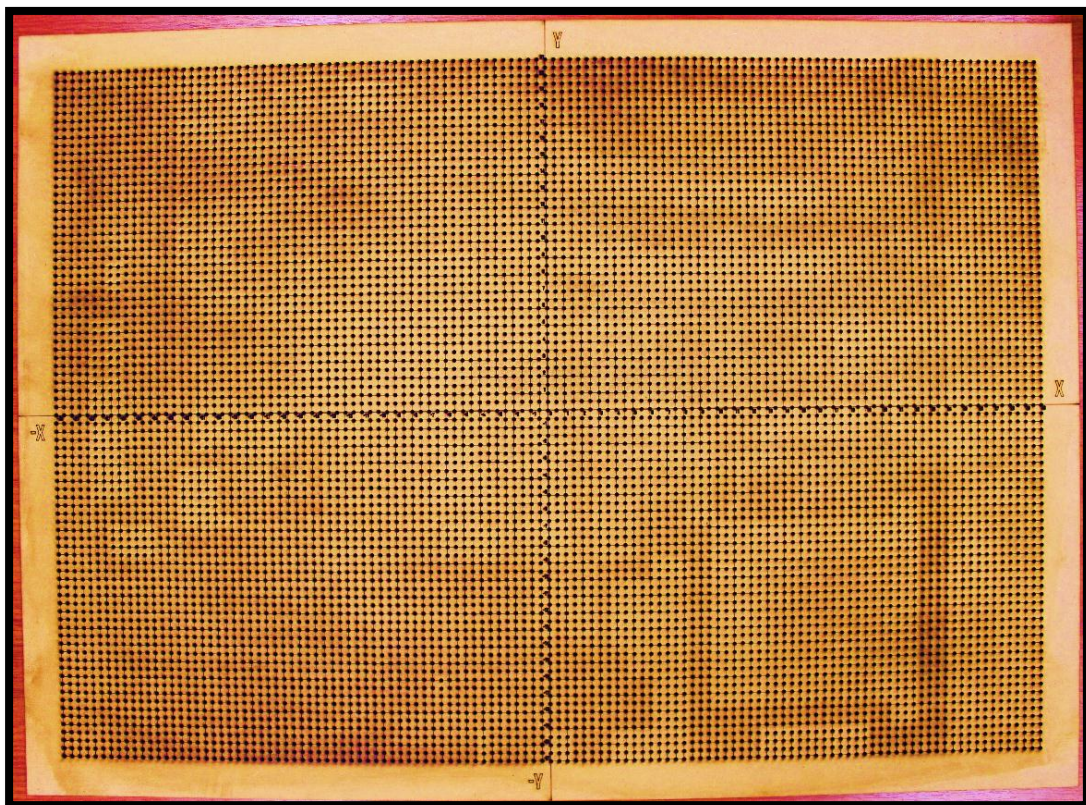


Imagen 2. Geo-plano A2.

- b) Ubicar los respectivos pares ordenados sobre el eje X mediante los pines sobre el geo-plano según la tabla 1. Designar al par ordenado que se encuentra en el eje X positivo como F y al par ordenado que se ubica sobre el eje X negativo como F' . El par ordenado ubicado sobre la hipérbola represéntelo como P .

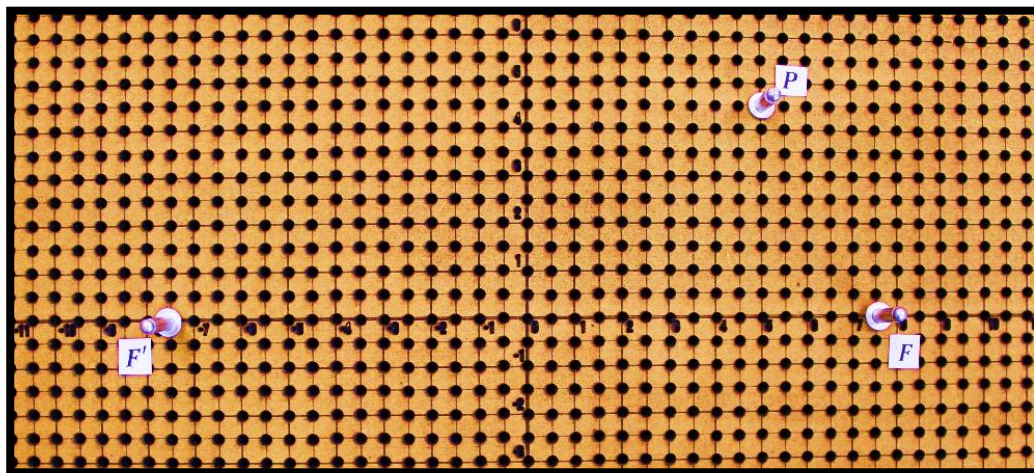


Imagen 34. Ubicación de coordenadas.

- c) Utilizar una cuerda elástica para unir los puntos ubicados sobre el eje X con el respectivo punto P perteneciente a la hipérbola.

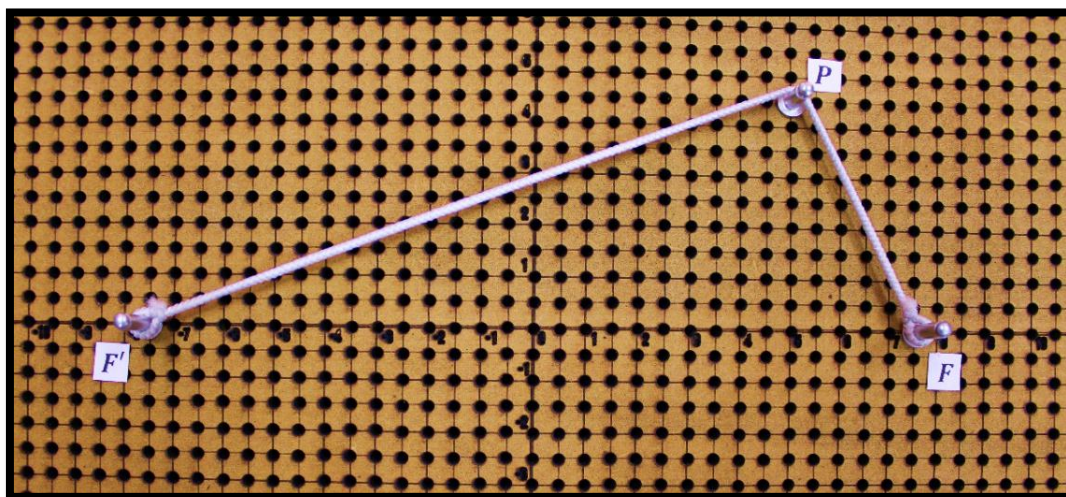


Imagen 4. Unión de coordenadas mediante la cuerda.

- d) Construir la hipérbola con sus respectivos vértices y focos.

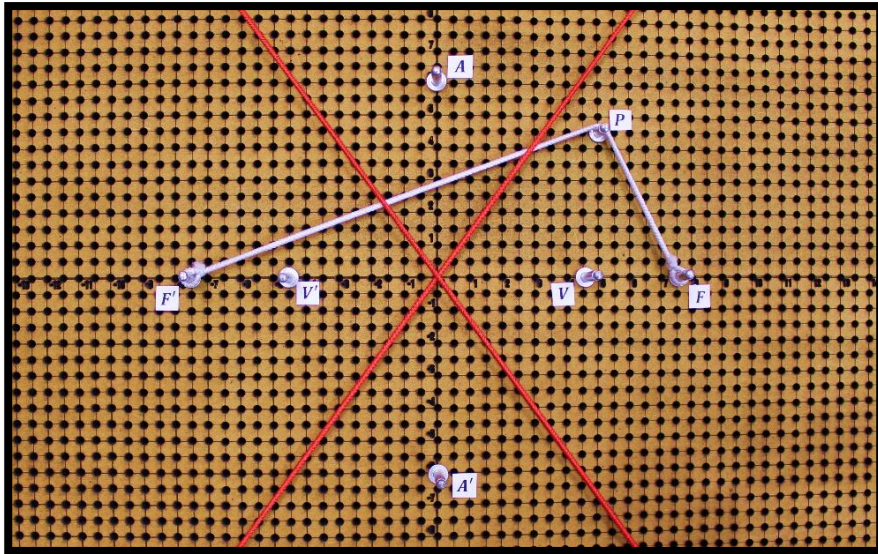


Imagen 5. Construcción de la hipérbola.

- e) Una vez construida la hipérbola, mediante la regla graduada proceda a medir las distancias entre \overline{PF} y $\overline{PF'}$ según los puntos ubicados en el geo-plano. Al mismo tiempo, anote estos datos en la columna correspondiente a las distancias \overline{PF}_{med} y $\overline{PF'}_{med}$.

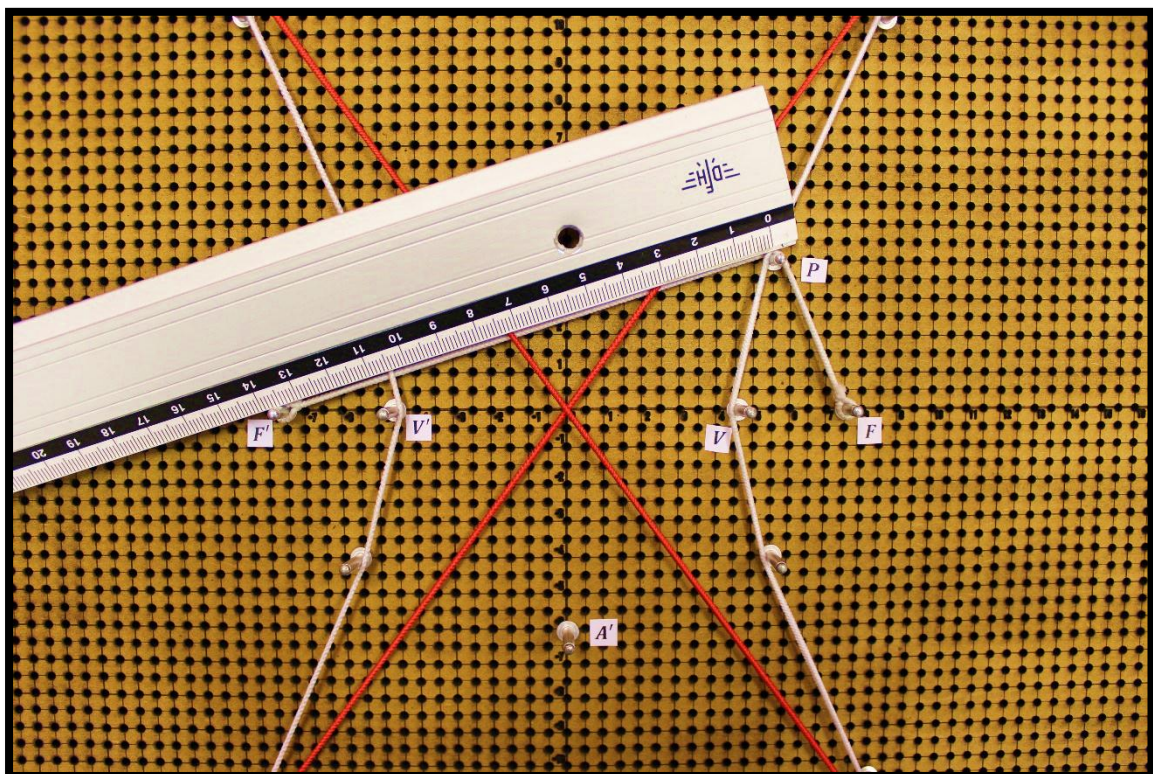


Imagen 6. Medida de distancias.



- f) Calcular las distancias \overline{PF} y $\overline{PF'}$ mediante la fórmula de la distancia entre dos puntos.

Escribir el valor en la columna de \overline{PF}_{cal} y $\overline{PF'}_{cal}$.

$$d = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

- g) Calcular el error relativo mediante: $\varepsilon = \left| \frac{\overline{PF}_{med} - \overline{PF}_{cal}}{\overline{PF}_{cal}} \right|$ y $\varepsilon = \frac{\overline{PF'}_{med} - \overline{PF'}_{cal}}{\overline{PF'}_{cal}}$.

- h) Anotar el resultado en la columna designada para ε .

h.1) ¿Qué puede concluir respecto a los ε ?

- i) Mida las distancias a del origen a cada uno de los vértices y anótelas en la columna correspondiente.

i.1) ¿Cómo son estas distancias para cada par ordenado?

i.2) Realice el cálculo matemático entre \overline{PF} y $\overline{PF'}$ y anótelos en la columna correspondiente.

4. LECTURAS Y CÁLCULOS

Tabla 33.

Par Ordenado		Punto		\overline{PF}_{med}	\overline{PF}_{cal}	ε	$\overline{PF'}_{med}$	$\overline{PF'}_{cal}$	ε	a	$ \overline{PF} - \overline{PF'} $
F'(-c;0)	F(c;0)	x	y	cm	cm	%	cm	cm	%	cm	cm
-26;0	26;0										
-19;0	19;0										
-13;0	13;0										
-8;0	8;0										
-4;0	4;0										

Reflexión:

- Compare las dos últimas columnas de la Tabla 1. ¿Existe alguna relación entre estos valores?
- La relación determinada ¿se cumple para todos los puntos?



- ¿Qué puede concluir respecto a las distancias medidas y calculadas respecto al punto de la hipérbola y sus focos?

- Matemáticamente esta relación se puede escribir como:

- La hipérbola es el lugar geométrico de los puntos del plano

5. CONCLUSIÓN

Debido a la _____ entre \overline{PF}_{med} y $\overline{PF'}_{med}$; y la _____ entre \overline{PF}_{cal} y $\overline{PF'}_{cal}$ el punto P satisface la condición geométrica que define a la hipérbola.

Por tanto, la condición geométrica que manifiesta que el valor absoluto de la diferencia entre las distancias del punto P a los focos es una cantidad constante es _____.

6. EJERCICIOS PROPUESTOS

Realice las siguientes actividades:

- Utilice el acetato N°6.
- Emplee las respectivas plantillas en base a la gráfica.
- Arme el correspondiente montaje.
- Encuentre las coordenadas de los focos y los vértices.



- Con la cinta métrica mida las distancias entre \overline{PF} y $\overline{PF'}$.



$$\overline{PF}_{med} =$$

$$\overline{PF'}_{med} =$$

- f) Calcular las distancias \overline{PF} y $\overline{PF'}$ mediante la fórmula de la distancia entre dos puntos.

$$\overline{PF}_{cal} =$$

$$\overline{PF'}_{cal} =$$

- g) Verifique:

Las distancias \overline{PF}_{med} y \overline{PF}_{cal} son _____

Las distancias $\overline{PF'}_{med}$ y $\overline{PF'}_{cal}$ son _____

- h) Verifique la condición geométrica que define a la hipérbola.

LA HIPÉRBOLA

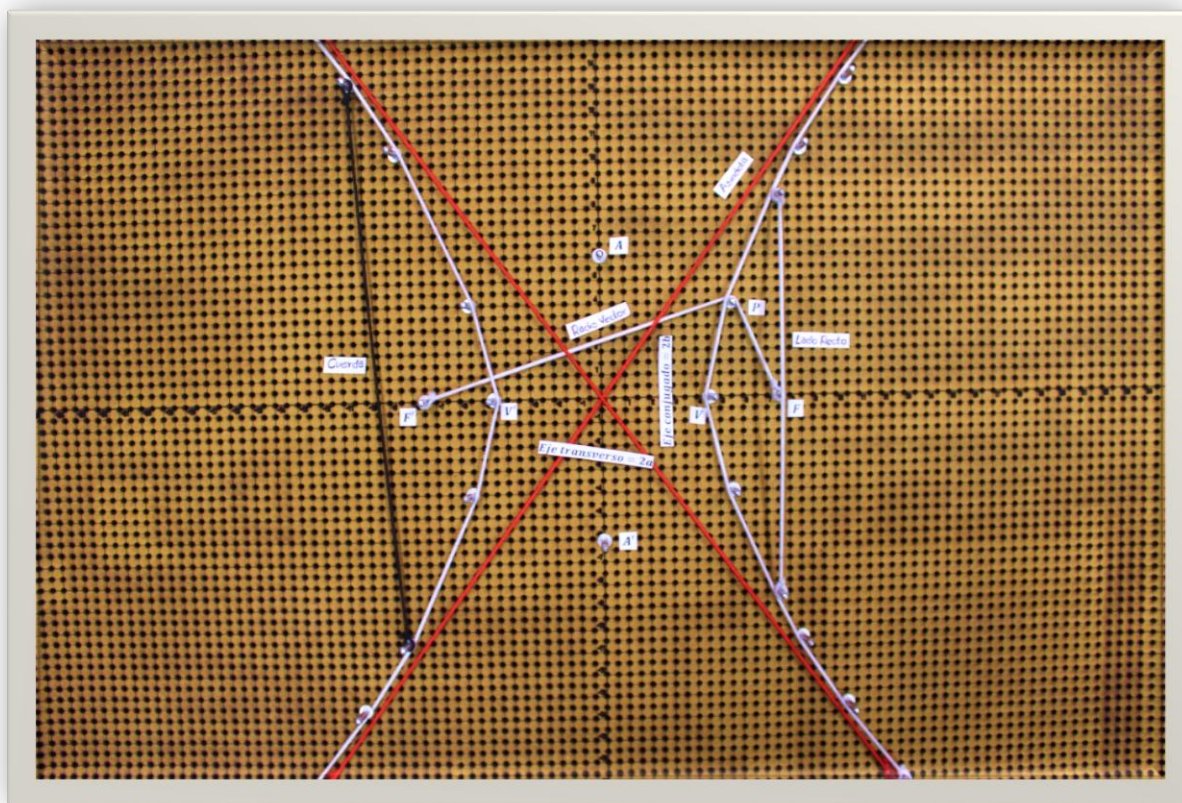


Imagen 7. Elementos de la hipérbola.

Práctica N°2

Elementos de la hipérbola

Autor:

Fecha:



1. OBJETIVO

Hallar los elementos de la hipérbola.

2. MATERIALES

- Geo-plano de madera A2.
- Plantilla N°5.
- Rectángulo N°5.
- Cinta métrica.
- Acetato N°5
- Set de cuerdas y pines.

3. PROCEDIMIENTO

NOTA: Al momento de utilizar el geo-plano, plantillas y respectivos pines; tener cuidado al insertar éstos en cada orificio debido a que podría dañar los instrumentos de trabajo.

- a) Proceda a armar el montaje correspondiente a la hipérbola del acetato N°5.
- b) Una vez construida la hipérbola, utilice la cinta métrica para tomar las respectivas medidas y proceda a completar la siguiente tabla:

Tabla 34.

ELEMENTO	UBICACIÓN DE COORDENADAS
Vértices	V (____;____) cm V' (____;____) cm
Focos	F (____;____) cm F' (____;____) cm
Eje conjugado	$2a$ = _____ cm
Eje transverso	$2b$ = _____ cm
Cuerda	Longitud de la cuerda focal = _____ cm
Lado recto	Longitud del lado recto = _____ cm
Radio Vector	Longitud entre _____

**Reflexión:**

- ¿Cómo se define a la cuerda de una hipérbola?
- ¿A qué eje denominamos como eje transversal y eje conjugado?
- ¿Qué constituye el lado recto de una hipérbola?
- ¿Qué distancia comprende un radio vector?

4. CONCLUSIÓN

- ¿Qué representa la constante " c " en la hipérbola?

-
- El segmento de recta que une los puntos AA' recibe el nombre de _____.
 - El segmento de recta que une dos puntos cualesquiera de la hipérbola, se denomina _____.
 - Aquella recta que une un punto de la hipérbola con un foco de la misma, recibe el nombre de _____.
 - El punto de intersección entre las asíntotas de la hipérbola recibe el nombre de _____.

5. EJERCICIOS PROPUESTOS

NOTA: Al momento de utilizar el geo-plano, plantillas y respectivos pines; tener cuidado al insertar éstos en cada orificio debido a que podría dañar los instrumentos de trabajo.

Realice las siguientes actividades:

- Utilice el acetato N°10.
- Emplee las respectivas plantillas en base a la gráfica.
- Arme el correspondiente montaje.
- Utilice la cinta métrica y tome las respectivas lecturas para completar la tabla 3.



Tabla 35.

ELEMENTO	UBICACIÓN DE COORDENADAS
Vértices	V (____;____) cm V' (____;____) cm
Focos	F (____;____) cm F' (____;____) cm
Eje conjugado	$2a$ = _____ cm
Eje transverso	$2b$ = _____ cm
Cuerda	Longitud de la cuerda focal = _____ cm
Lado recto	Longitud del lado recto = _____ cm
Radio Vector	Longitud entre _____

ECUACIÓN CANÓNICA

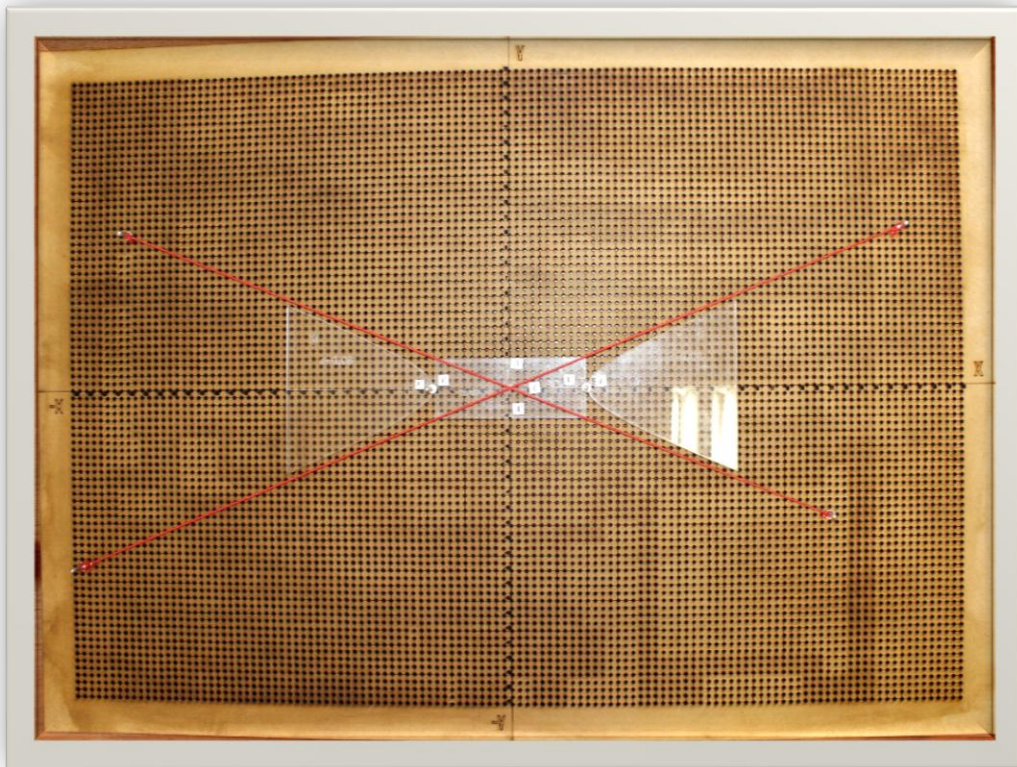


Imagen 8. Hipérbola de centro en el origen y eje coincidente con el eje X.

Práctica N°3

**Ecuación de la hipérbola con centro en el origen y eje
coincidente con el eje X.**

Autor:

Fecha:

1. OBJETIVO

Hallar la ecuación de la hipérbola con centro en el origen y eje coincidente con el eje X .

2. MATERIALES

- Geo-plano de madera A2.
- Plantilla N°3.
- Rectángulo N°3.
- Cinta métrica.
- Set de cuerdas y pines.

3. PROCEDIMIENTO

NOTA: Al momento de utilizar el geo-plano, plantillas y respectivos pines; tener cuidado al insertar éstos en cada orificio debido a que podría dañar los instrumentos de trabajo.

- a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano A2.

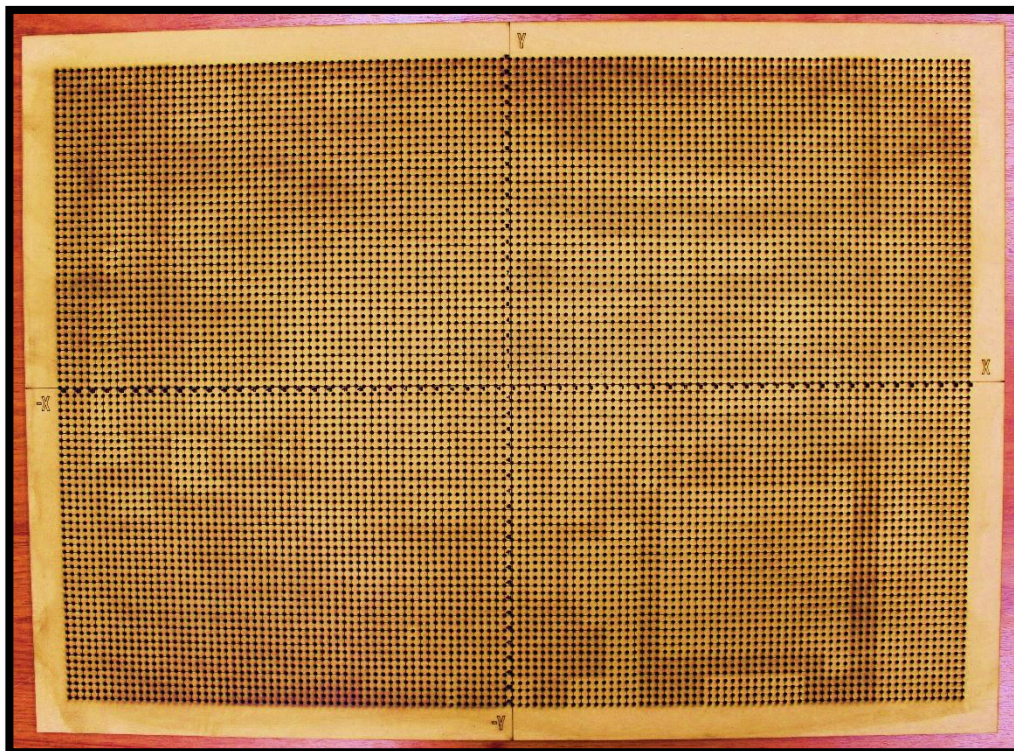


Imagen 9. Geo-plano A2.

- b) Ubique el rectángulo N°3 de longitud $2a = 10$ cm y $2b = 4$ cm sobre el centro de coordenadas en el origen; y verifique que sus coordenadas coincidan.

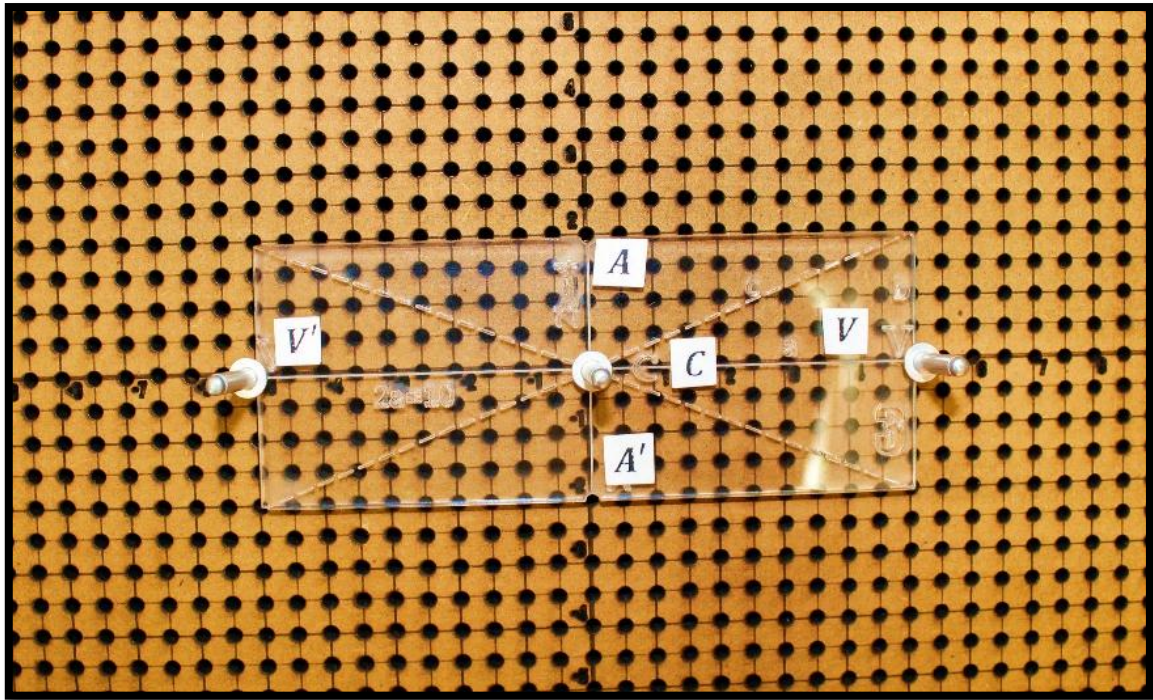


Imagen 10. Ubicación del rectángulo N°3.

- c) Una vez que ha ubicado en el plano de referencia el rectángulo N°3, proceda a trazar las asíntotas pertenecientes a la hipérbola de centro en el origen y paralela al eje X.

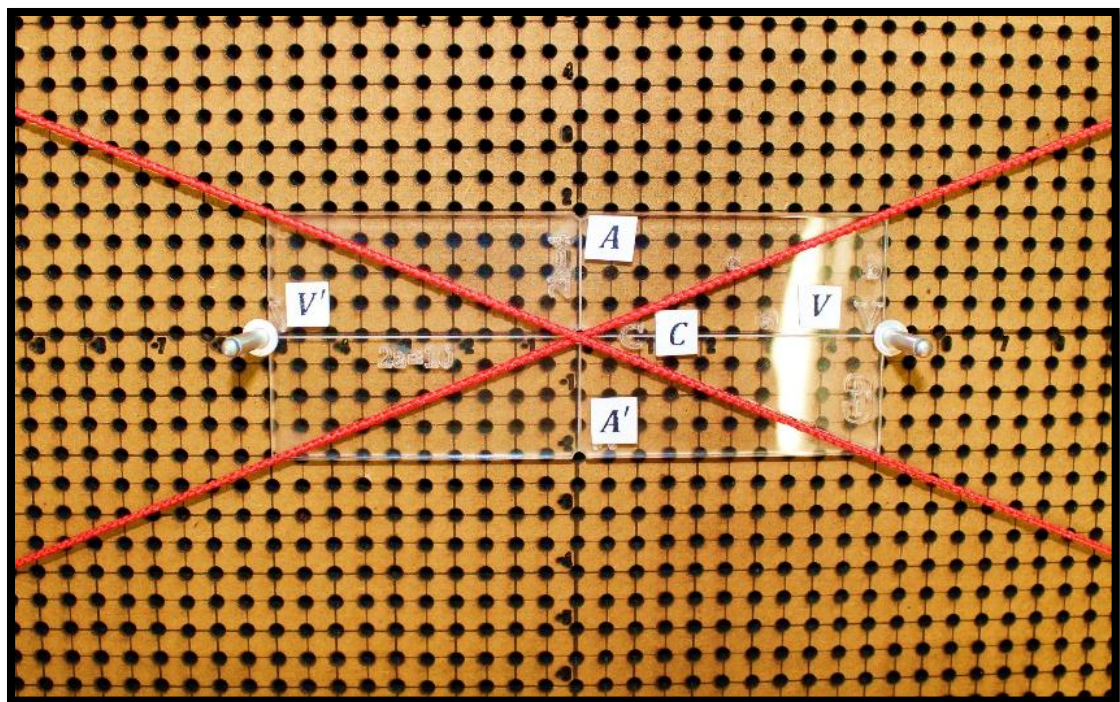


Imagen 11 Trazado de asíntotas.

- d) Del set de hipérbolas utilice la plantilla N°3 correspondiente a la hipérbola de excentricidad 1,08 y la colóquela sobre las coordenadas de los vértices.

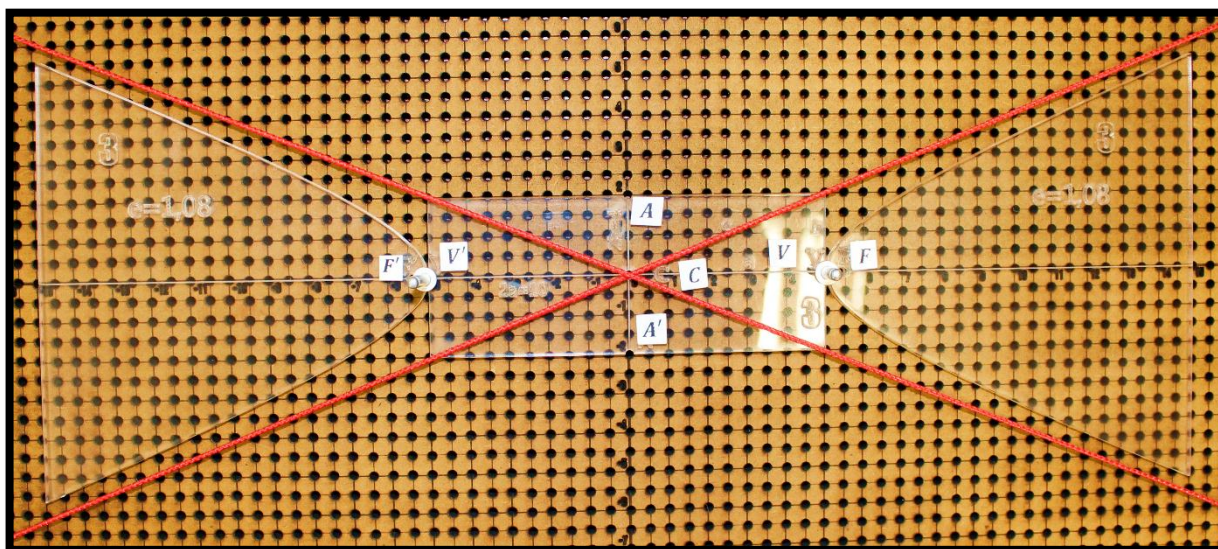


Imagen 12. Hipérbola de excentricidad 1,08.

- e) Una vez armado el montaje. Utilice la cinta métrica y mida la distancia entre $P(x; y)$ y $F(c; 0)$ dado en la tabla N°4. Escribir el valor en la columna de \overline{PF}_{med} .
- f) Use la ecuación de la distancia entre dos puntos para calcular la distancia entre $P(x; y)$ y $F(c; 0)$. Escribir el valor en la columna de \overline{PF}_{cal} .
- g) Utilice la cinta métrica y mida la distancia entre $P(x; y)$ y $F'(-c; 0)$ dado en la tabla N°4. Escribir el valor en la columna de $\overline{PF'}_{med}$.
- h) Use la ecuación de la distancia entre dos puntos para calcular la distancia entre $P(x; y)$ y $F'(-c; 0)$. Escribir el valor en la columna de $\overline{PF'}_{cal}$.
- i) Calcular el error relativo mediante: $\varepsilon = \left| \frac{\overline{PF}_{med} - \overline{PF}_{cal}}{\overline{PF}_{cal}} \right|$ y $\varepsilon = \frac{\overline{PF'}_{med} - \overline{PF'}_{cal}}{\overline{PF'}_{cal}}$ Escribir el resultado en la columna designada para ε .
- i.1) ¿Qué puede concluir respecto a los ε ?
- j) Realice el cálculo matemático entre $||\overline{PF}| - |\overline{PF'}||$ medida y $||\overline{PF}| - |\overline{PF'}||$ calculada y anótelos en la columna correspondiente.
- j.1) Compare las dos últimas columnas ¿existe alguna relación entre estos valores?



4. LECTURAS Y CÁLCULOS

Tabla 36.

P(x;y)		\overline{PF}_{med}	\overline{PF}_{cal}	ε	$\overline{PF'}_{med}$	$\overline{PF'}_{cal}$	ε	$ \overline{PF} - \overline{PF'} $	$ \overline{PF} - \overline{PF'} $
x	y	cm	cm	%	cm	cm	%	medida	calculada
-8	2,5								
-10	3,5								
-16	6,5								
8	2,5								
10	3,5								
16	6,5								

- k) Use la definición de hipérbola: $||\overline{PF}| - |\overline{PF'}|| = 2a$; reemplazar los valores obtenidos de \overline{PF} y $\overline{PF'}$ de la tabla N°4. De la ecuación de la hipérbola, desarrollar esta igualdad y simplificar.

Reflexión:

- ¿Cuál es la característica que define a una hipérbola paralela al eje X ?
- ¿Cómo obtiene las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbola canónica?
- ¿La condición geométrica que define a una hipérbola permite la obtención de su modelo matemático?



5. CONCLUSIÓN

Debido a la _____ entre la relación $\left| \overline{PF_{med}} \right| - \left| \overline{PF'_{med}} \right| = 2a$ y la _____ entre $\left| \overline{PF_{cal}} \right| - \left| \overline{PF'_{cal}} \right| = 2a$; la ecuación que representa la ecuación ordinaria de la hipérbola con centro en el origen y paralela al eje "X" es _____.

Por tanto, el modelo matemático que define a la hipérbola con centro en el origen y eje coincidente al eje "X" es:

6. EJERCICIOS PROPUESTOS

Realice las siguientes actividades:

- Utilice el acetato N°1.
- Emplee las respectivas plantillas respecto a la gráfica.
- Arme el correspondiente montaje.
- Encuentre las coordenadas de los focos y vértices de la figura.

- Calcule la distancia del eje transversal $\overline{VV'}$ y eje conjugado $\overline{AA'}$.

$$\overline{VV'}_{cal} \text{ _____ cm}$$

$$\overline{AA'}_{cal} \text{ _____ cm}$$

- Mediante la cinta métrica mida las distancias $\overline{VV'}$ y $\overline{AA'}$.

 $\overline{VV'}_{med}$ _____ cm $\overline{AA'}_{med}$ _____ cm

g) Verifique:

Las distancias $\overline{VV'}_{med}$ y $\overline{VV'}_{cal}$ son _____Las distancias $\overline{AA'}_{med}$ y $\overline{AA'}_{cal}$ son _____

h) Halle la ecuación de la hipérbola.

ECUACIÓN CANÓNICA

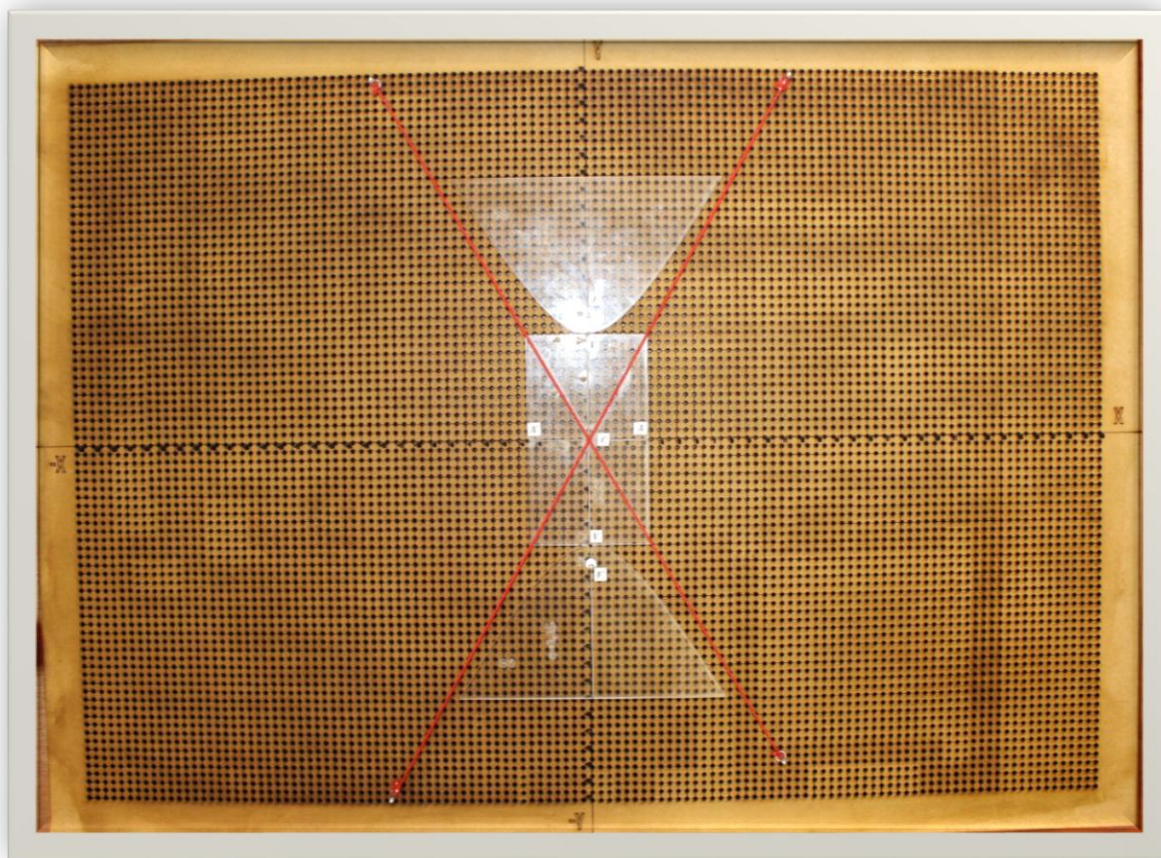


Imagen 13. Hipérbola de centro en el origen y eje coincidente con el eje Y.

Práctica N°4

**Ecuación de la hipérbola con centro en el origen y eje
coincidente con el eje Y.**

Autor:

Fecha:

1. OBJETIVO

Descubrir la ecuación de la hipérbola con centro en el origen y eje coincidente con el eje Y .

2. MATERIALES

- Geo-plano de madera A2.
- Plantilla N°2.
- Rectángulo N°2.
- Cinta métrica.
- Set de cuerdas y pines.

3. PROCEDIMIENTO

NOTA: Al momento de utilizar el geo-plano, plantillas y respectivos pines; tener cuidado al insertar éstos en cada orificio debido a que podría dañar los instrumentos de trabajo.

- a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano A2.

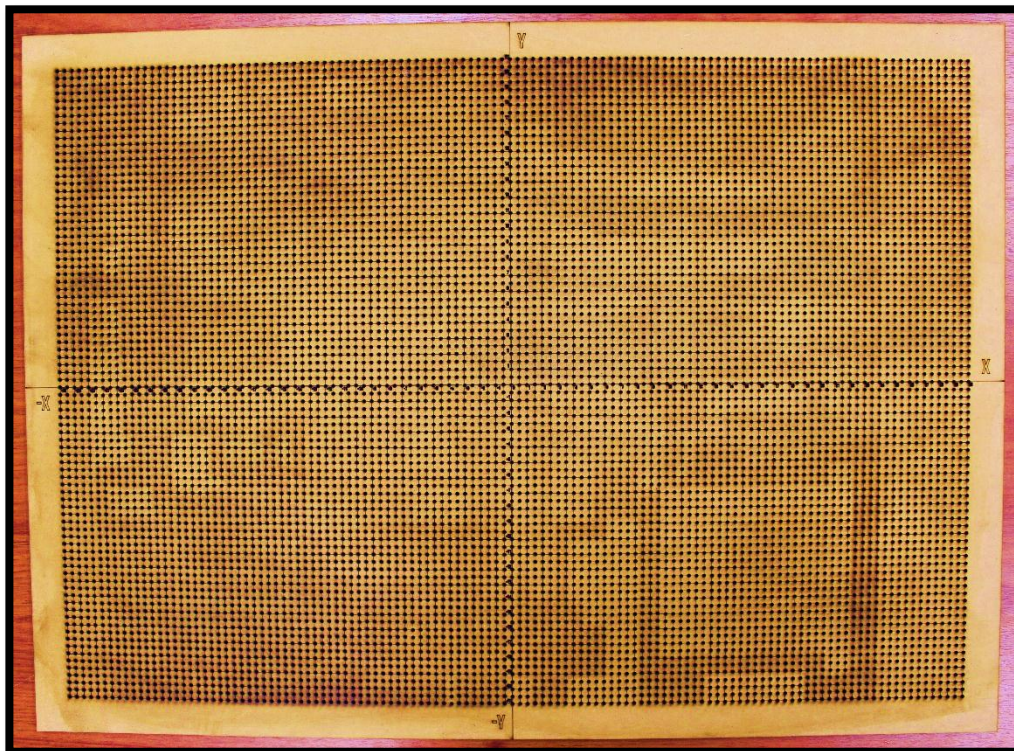


Imagen 14. Geo-plano A2.

- b) Ubique el rectángulo N°2 de longitud $2a = 12$ cm y $2b = 7$ cm sobre el centro de coordenadas en el origen; y verifique que sus coordenadas coincidan.

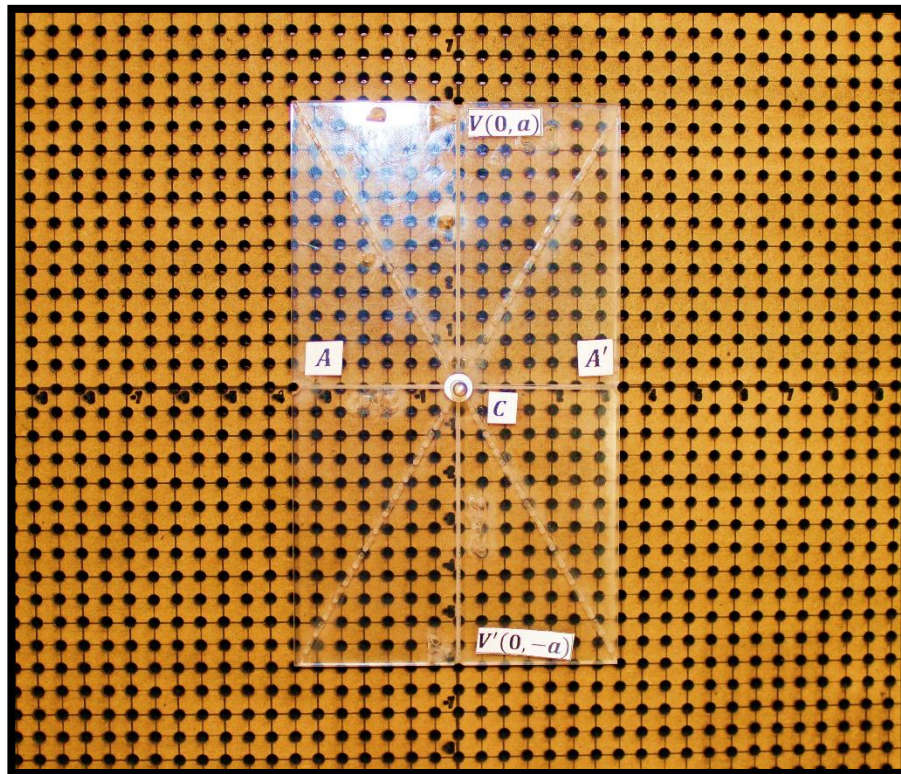


Imagen 15. Ubicación del rectángulo N°2.

- c) Una vez ubicado en el plano de referencia el rectángulo N°2, proceda a trazar las asíntotas pertenecientes a la hipérbola de centro en el origen y paralela al eje Y.

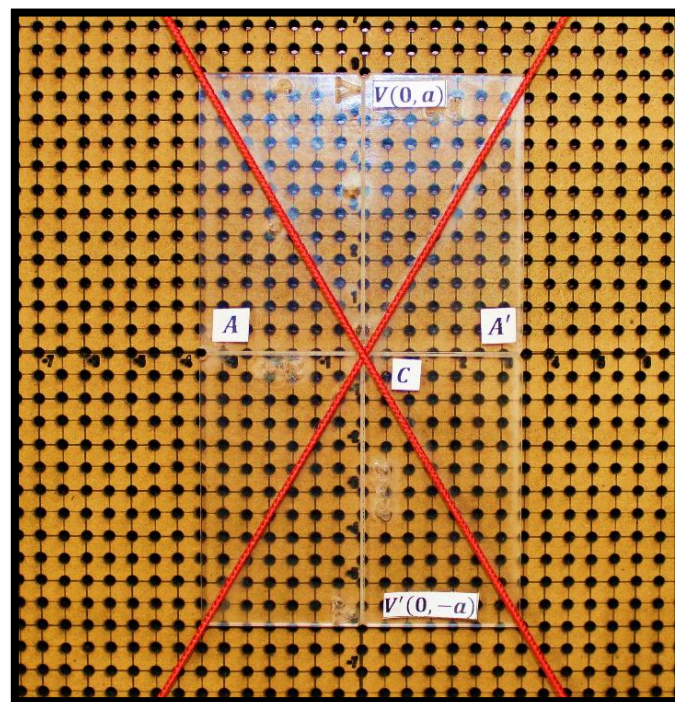


Imagen 16. Trazado de las asíntotas.

- d) Del set de hipérbolas utilice la plantilla N°2 correspondiente a la hipérbola de excentricidad 1,15 y la colóquela sobre las coordenadas de los vértices.

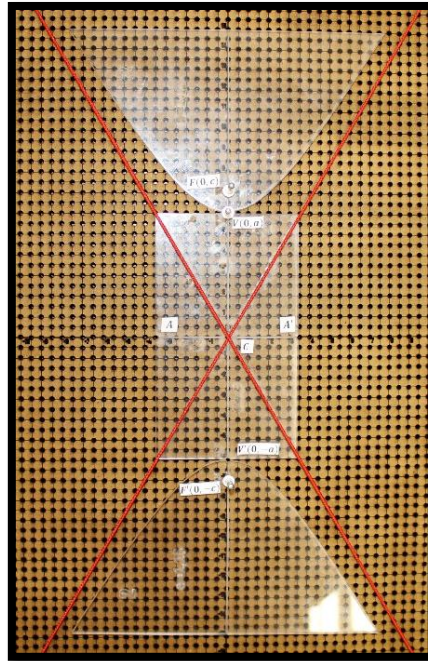


Imagen 17. Hipérbola de excentricidad 1,15.

- e) Una vez armado el montaje. Utilice la cinta métrica y mida la distancia entre $P(x; y)$ y $F(0; c)$ dado en la tabla N°5. Escribir el valor en la columna de \overline{PF}_{med} .
- f) Use la ecuación de la distancia entre dos puntos, calcule la distancia entre $P(x; y)$ y $F(0; c)$. Escribir el valor en la columna de \overline{PF}_{cal} .
- g) Utilice la cinta métrica y mida la distancia entre $P(x, y)$ y $F'(0; -c)$ dado en la tabla N°5. Escribir el valor en la columna de $\overline{PF'}_{med}$.
- h) Use la ecuación de la distancia entre dos puntos para calcular la distancia entre $P(x; y)$ y $F'(0; -c)$. Escribir el valor en la columna de $\overline{PF'}_{cal}$.
- i) Calcular el error relativo mediante: $\varepsilon = \left| \frac{\overline{PF}_{med} - \overline{PF}_{cal}}{\overline{PF}_{cal}} \right|$ y $\varepsilon = \frac{\overline{PF'}_{med} - \overline{PF'}_{cal}}{\overline{PF'}_{cal}}$ Escribir el resultado en la columna designada para ε .
- i.1) ¿Qué puede concluir respecto a los ε ?
- l) Realice el cálculo matemático entre $||\overline{PF}|| - ||\overline{PF'}||$ medida y $||\overline{PF}|| - ||\overline{PF'}||$ calculada y anótelos en la columna correspondiente.



j.1) Compare las dos últimas columnas ¿existe alguna relación entre estos valores?

4. LECTURAS Y CÁLCULOS

Tabla 37.

P(x;y)		\overline{PF}_{me}	\overline{PF}_{cal}	ε	$\overline{PF'}_{med}$	$\overline{PF'}_{cal}$	ε	$ \overline{PF} - \overline{PF'} $	$ \overline{PF} - \overline{PF'} $
x	y	cm	cm	%	cm	cm	%	medida	calculada
-10,5	18								
-8	15								
-1,5	6,5								
10,5	18								
8	15								
1,5	6,5								

j) Use la definición de hipérbola: $||\overline{PF}| - |\overline{PF'}|| = 2a$, reemplace los valores obtenidos de \overline{PF} y $\overline{PF'}$ de la tabla N°5. De la ecuación de la hipérbola, desarrolle la igualdad y simplifique.

Reflexión:

- ¿Cuál es la característica que define a una hipérbola paralela al eje Y?
- ¿Cómo obtiene las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbola canónica?
- ¿La condición geométrica que define a una hipérbola permite la obtención de su modelo matemático?



5. CONCLUSIÓN

Debido a la _____ entre la relación $\left| \overline{PF}_{med} \right| - \left| \overline{PF'}_{med} \right| = 2a$ y la _____ entre $\left| \overline{PF}_{cal} \right| - \left| \overline{PF'}_{cal} \right| = 2a$; la ecuación que representa la ecuación ordinaria de la hipérbola con centro en el origen y paralela al eje "Y" es _____.

Por tanto, el modelo matemático que define a la hipérbola con centro en el origen y eje coincidente al eje "Y" es:

6. EJERCICIOS PROPUESTOS

Realice las siguientes actividades:

- Utilice el acetato N°4.
- Emplee las respectivas plantillas respecto a la gráfica.
- Arme el correspondiente montaje.
- Encuentre las coordenadas de los focos y vértices de la figura.

- Calcule la distancia del eje transversal $\overline{VV'}$ y eje conjugado $\overline{AA'}$.

$$\overline{VV'}_{cal} \text{ _____ cm}$$

$$\overline{AA'}_{cal} \text{ _____ cm}$$

- Mediante la cinta métrica mida las distancias $\overline{VV'}$ y $\overline{AA'}$.

 $\overline{VV'}_{med}$ _____ cm $\overline{AA'}_{med}$ _____ cm

g) Verifique:

Las distancias $\overline{VV'}_{med}$ y $\overline{VV'}_{cal}$ son _____

Las distancias $\overline{AA'}_{med}$ y $\overline{AA'}_{cal}$ son _____

h) Halle la ecuación de la hipérbola.

ECUACIÓN ORDINARIA

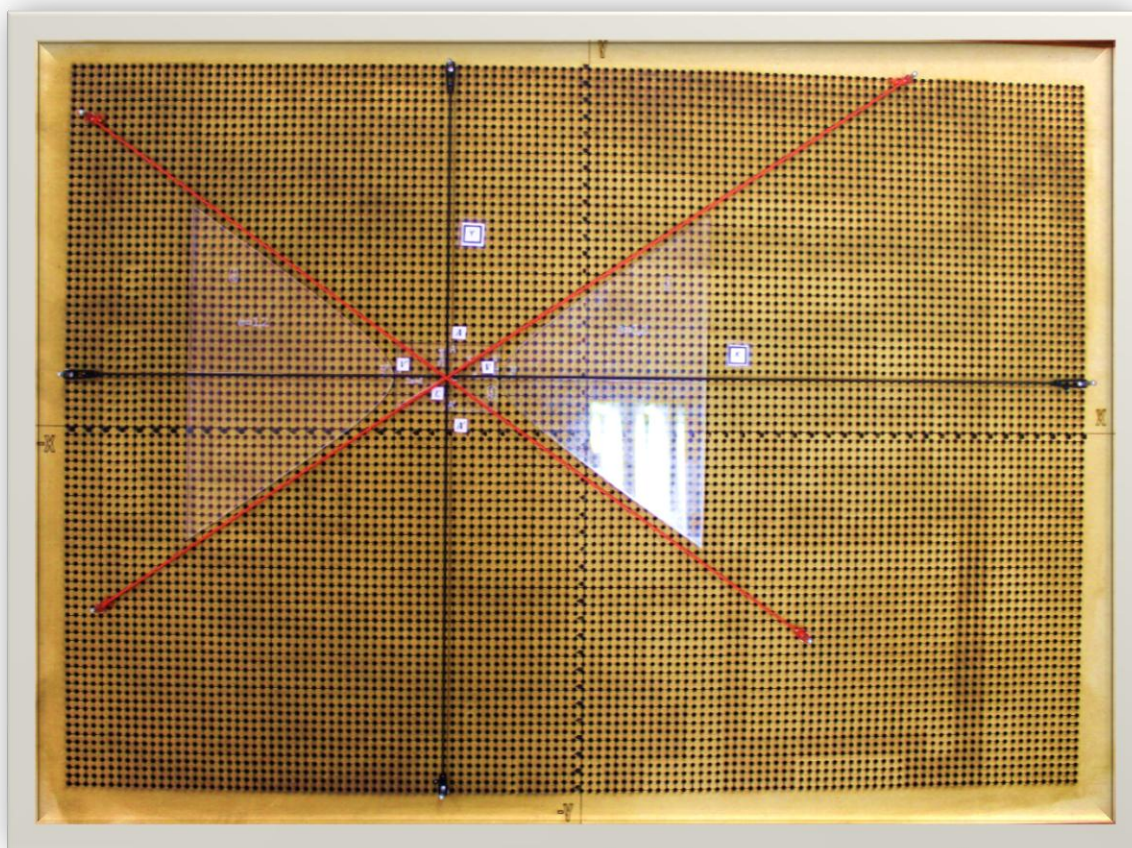


Imagen 18. Hipérbola de centro $(h; k)$ y eje coincidente con el eje X .

Práctica N°5

Ecuación de la hipérbola con centro $(h;k)$ y eje paralelo al eje X .

Autor:

Fecha:

1. OBJETIVO

Obtener la ecuación de la hipérbola con centro $(h; k)$ y eje coincidente con el eje X .

2. MATERIALES

- Geo-plano de madera A2.
- Set de cuerdas y pines.
- Set de etiquetas.
- Plantilla N°9.
- Rectángulo N°9.

3. PROCEDIMIENTO

NOTA: Al momento de utilizar el geo-plano, plantillas y respectivos pines; tener cuidado al insertar éstos en cada orificio debido a que podría dañar los instrumentos de trabajo.

- a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano A2.

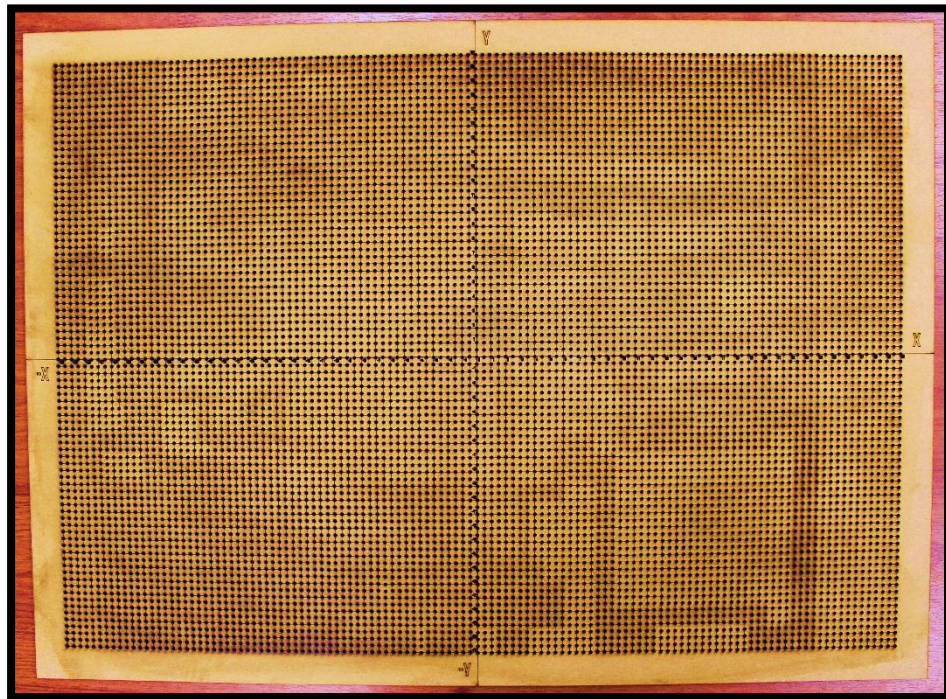


Imagen 19. Geo-plano A2.

- b) Ubique el sistema de referencia $X'Y'$ paralelo al eje de coordenadas XY ; mediante la cuerda color negro sobre el geo-plano.

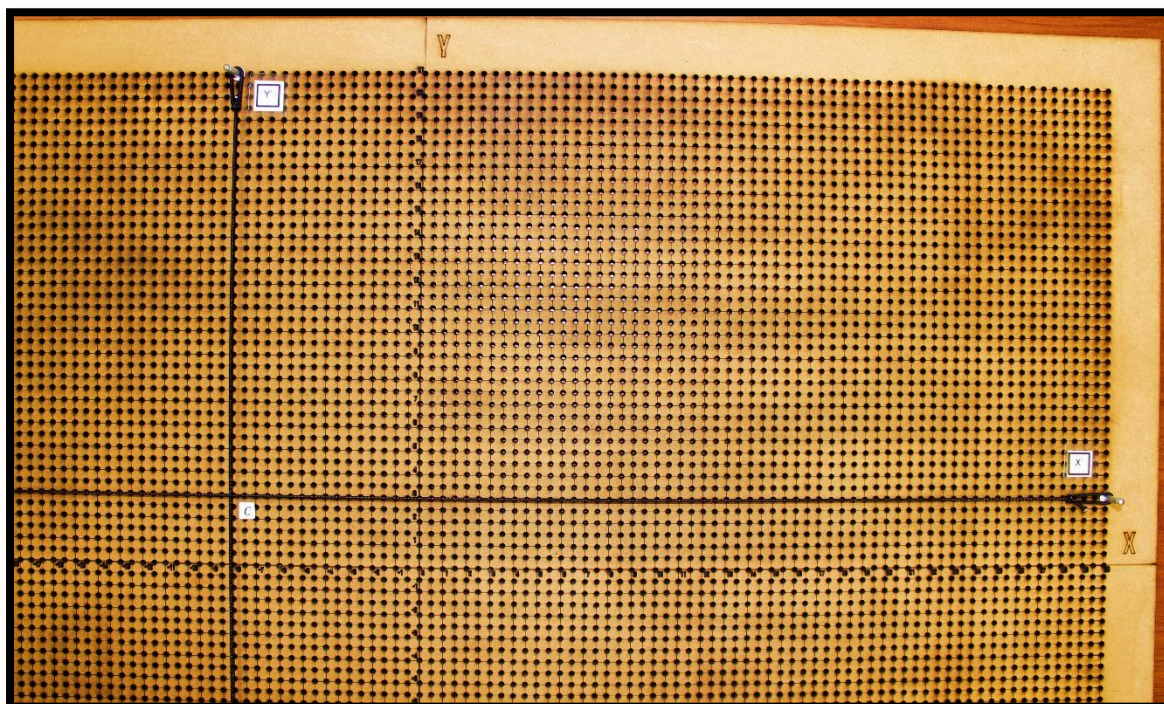


Imagen 20. Ubicación del eje de coordenadas $X'Y'$.

- c) Ubique el rectángulo N°9 de longitud $2a = 6$ cm y $2b = 4$ cm sobre el centro de coordenadas $(h; k)$, proceda a colocar las etiquetas del centro, vértices y AA' sobre el eje coincidente X' .

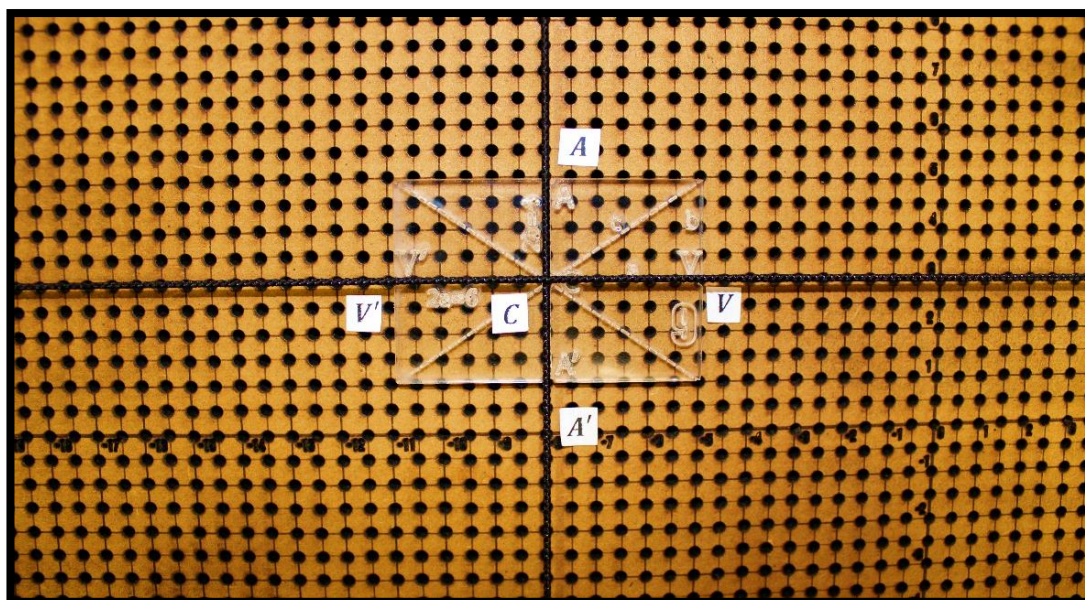


Imagen 21. Ubicación del rectángulo N°9 sobre el eje de coordenadas $X'Y'$.

- d) Una vez ubicado el rectángulo N°9 con sus respectivas etiquetas, proceda a trazar las asíntotas pertenecientes a la hipérbola.

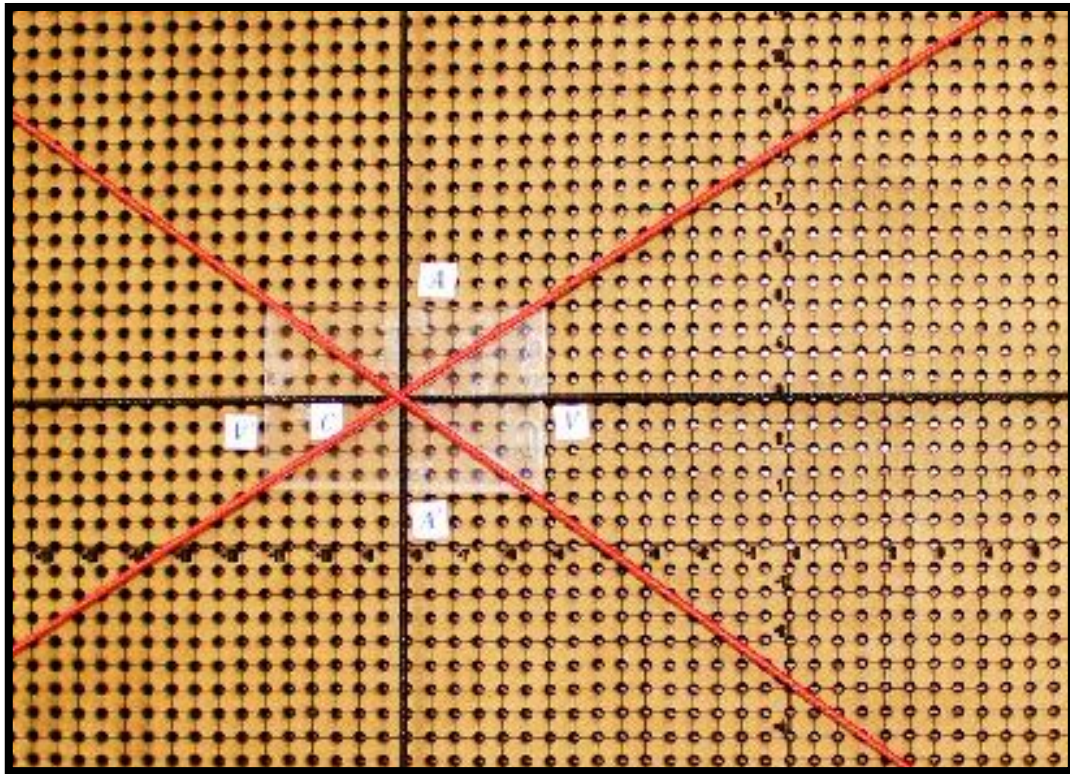


Imagen 22. Trazado de asíntotas.

- e) Del set de hipérbolas, utilice la plantilla N°9 correspondiente a la hipérbola de excentricidad 1,2 y colóquela según las coordenadas de sus vértices y focos.

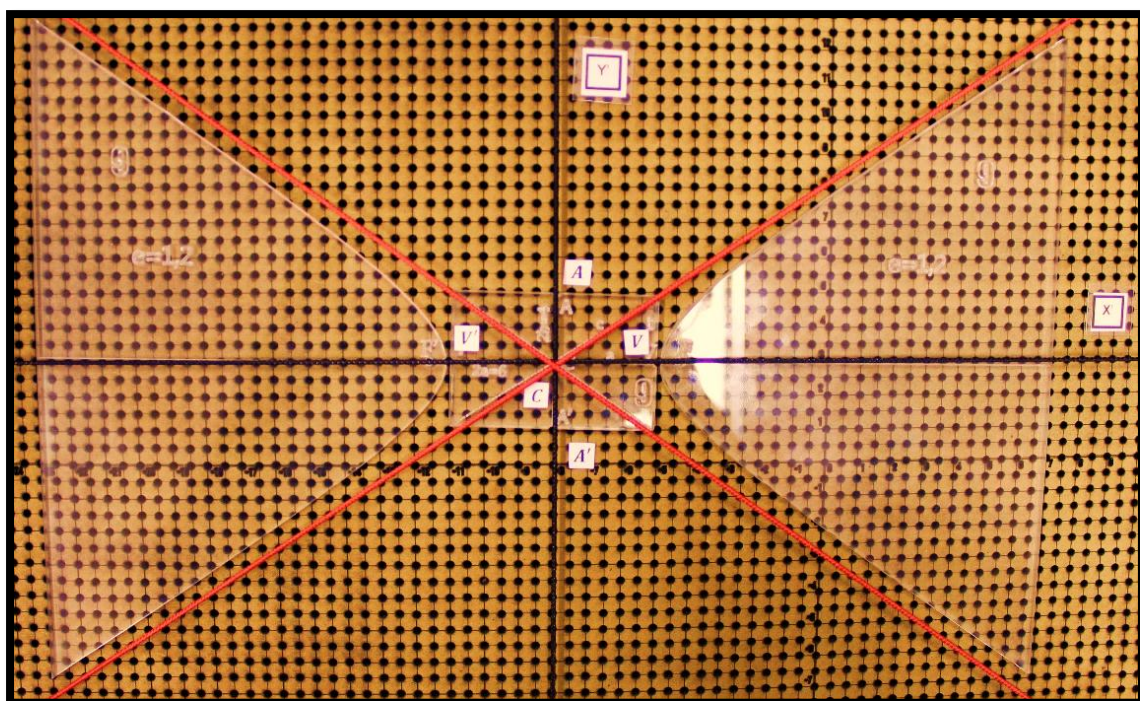


Imagen 23. Hipérbola de excentricidad 1,2.



- f) Una vez armado el montaje. Use la ecuación de la distancia entre dos puntos y calcule \overline{PF} y $\overline{PF'}$ utilizando únicamente la nomenclatura.

- g) Use la definición de hipérbola: $||\overline{PF}| - |\overline{PF'}|| = 2a$, desarrollar esta igualdad y simplifique.

- h) Mediante la traslación de los ejes coordenados obtenemos: $x = x' + h$ y $y = y' + k$.

Procedemos a despejar tanto x' como y' ; reemplazamos en la ecuación de la hipérbola de centro en el origen y paralela al eje Y.

$$\frac{x'^2}{a^2} - \frac{y'^2}{b^2} = 1$$

Reflexión:

- ¿Cuál es la característica que define a una hipérbola paralela al eje X y con centro (h; k)?



- ¿Cómo obtiene las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbola ordinaria?
- ¿La condición geométrica que define a la hipérbola permite la obtención de la ecuación de la hipérbola de centro $(h; k)$?

4. CONCLUSIÓN

La ecuación que representa a la hipérbola con centro $(h; k)$ y eje coincidente con el eje "X" es:

5. EJERCICIOS PROPUESTOS

Realice las siguientes actividades:

- Utilice el acetato N°5.
- Emplee las respectivas plantillas respecto a la gráfica.
- Arme el correspondiente montaje.
- Encuentre las coordenadas de los focos y vértices de la figura.

- Calcule la distancia del eje transversal $\overline{VV'}$ y eje conjugado $\overline{AA'}$.

$$\overline{VV'}_{cal} \text{ _____ cm}$$

$$\overline{AA'}_{cal} \text{ _____ cm}$$

- Mediante la cinta métrica mida las distancias $\overline{VV'}$ y $\overline{AA'}$.

 $\overline{VV'}_{med}$ _____ cm $\overline{AA'}_{med}$ _____ cm

g) Verifique:

Las distancias $\overline{VV'}_{med}$ y $\overline{VV'}_{cal}$ son _____Las distancias $\overline{AA'}_{med}$ y $\overline{AA'}_{cal}$ son _____

h) Halle la ecuación de la hipérbola.

ECUACIÓN ORDINARIA

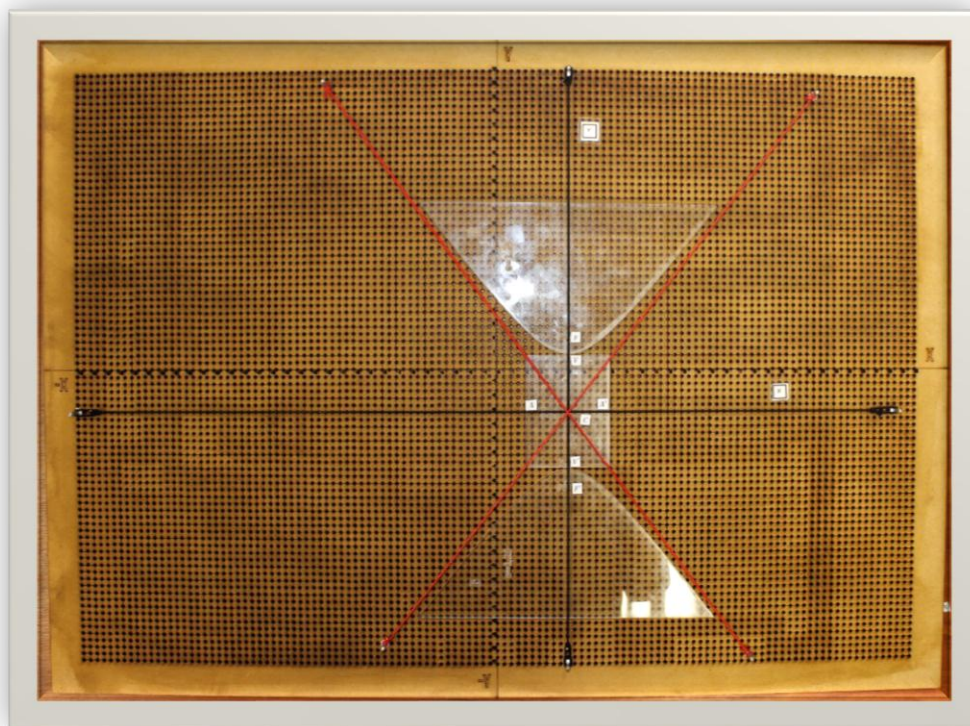


Imagen 24. Hipérbola de centro $(h;k)$ y eje coincidente con el eje Y.

Práctica N°6

Ecuación de la Hipérbola con Centro $(h; k)$ y eje paralelo al eje Y.

Autor:

Fecha:

1. OBJETIVO

Demostrar la ecuación de la hipérbola con centro $(h; k)$ y eje coincidente con el eje Y .

2. MATERIALES

- Geo-plano de madera A2.
- Set de cuerdas y pines.
- Set de etiquetas.
- Plantilla N°8.
- Rectángulo N°8.

3. PROCEDIMIENTO

NOTA: Al momento de utilizar el geo-plano, plantillas y respectivos pines; tener cuidado al insertar éstos en cada orificio debido a que podría dañar los instrumentos de trabajo.

- a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano A2.

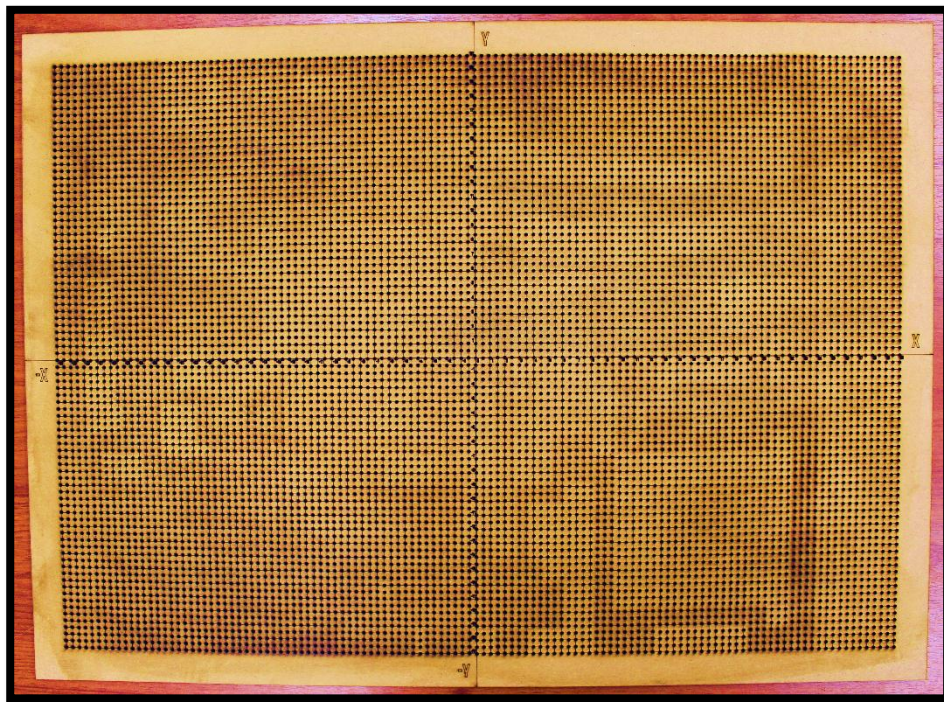


Imagen 25. Geo-plano A2.

- b) Ubique el sistema de referencia $X'Y'$ paralelo al eje de coordenadas XY ; mediante la cuerda color negro sobre el geo-plano.

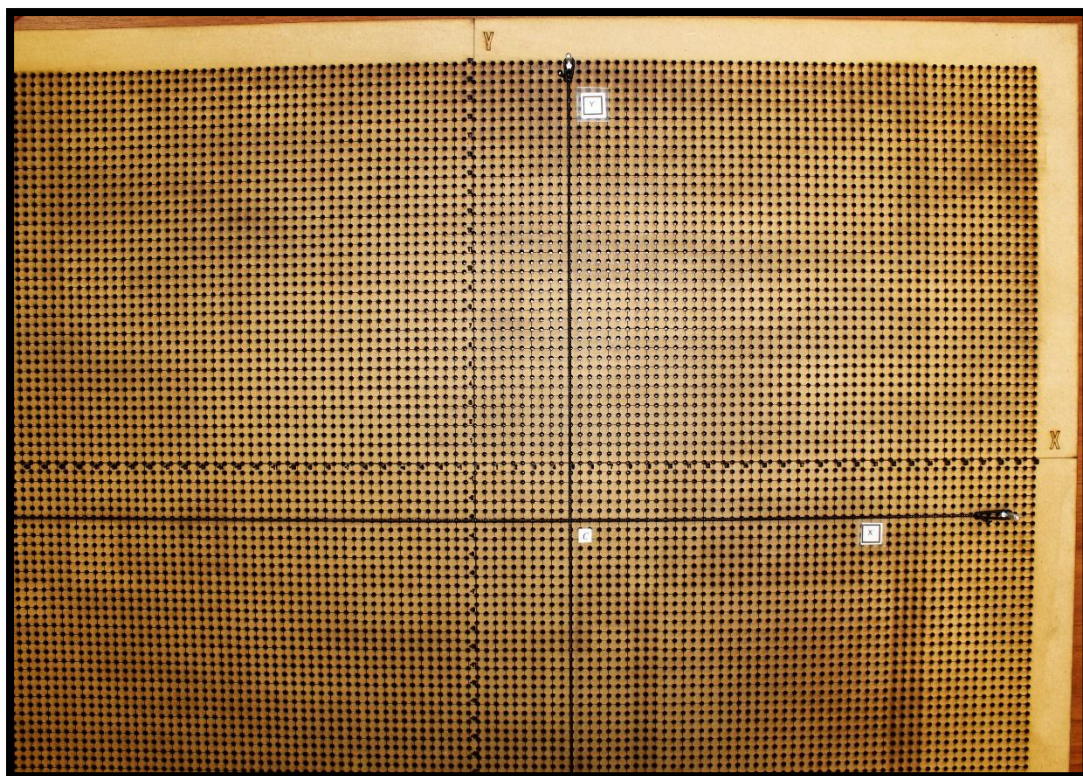


Imagen 26. Ubicación del eje de coordenadas $X'Y'$.

- c) Ubicar el rectángulo N°8 de longitud $2a = 8$ cm y $2b = 6$ cm sobre el centro de coordenadas $(h; k)$, proceda a colocar las etiquetas del centro, vértices y AA' sobre el eje coincidente Y' .

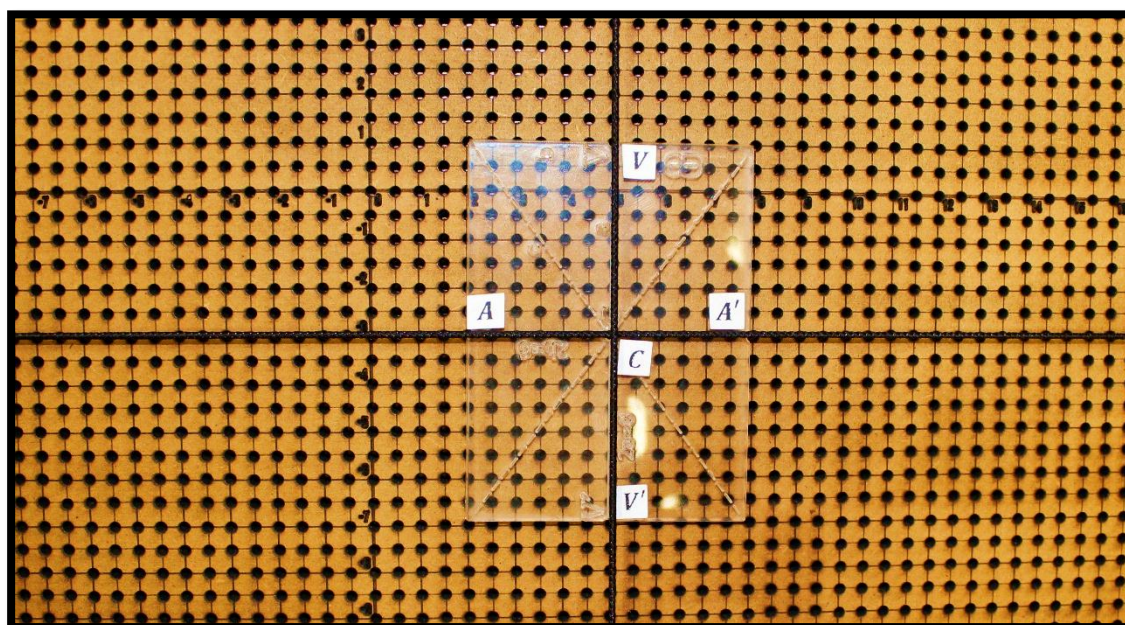


Imagen 27. Ubicación del rectángulo N°8 sobre el eje de coordenadas $X'Y'$.

- d) Una vez ubicado el rectángulo N°8 con sus respectivas etiquetas, procedemos a trazar las asíntotas pertenecientes a la hipérbola.

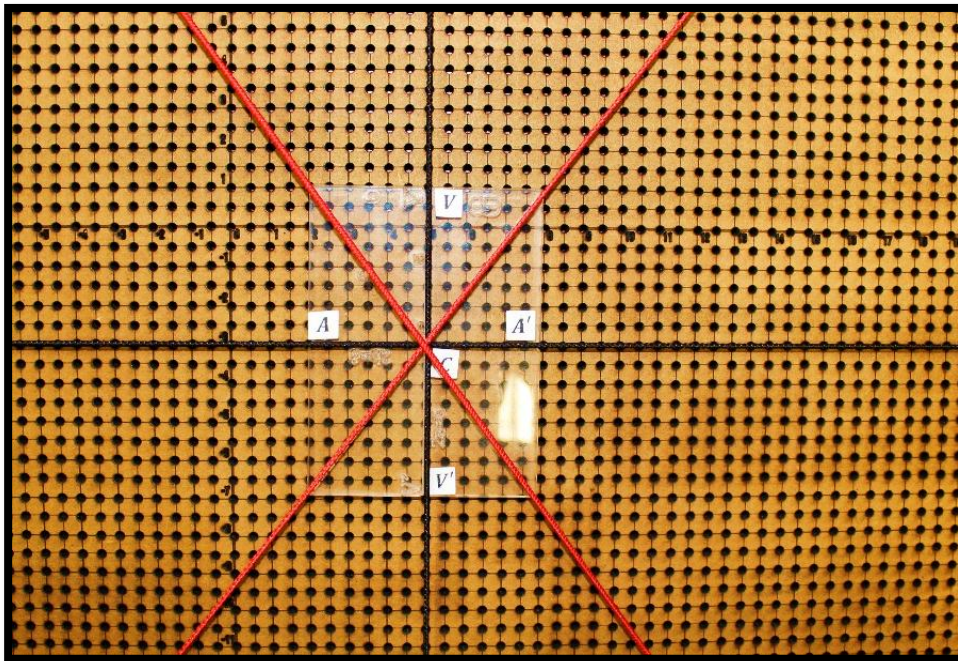


Imagen 28. Trazado de asíntotas.

- e) Del set de hipérbolas, utilizamos la plantilla N°8 correspondiente a la hipérbola de excentricidad 1,25 y la colocamos según las coordenadas de sus vértices y focos.

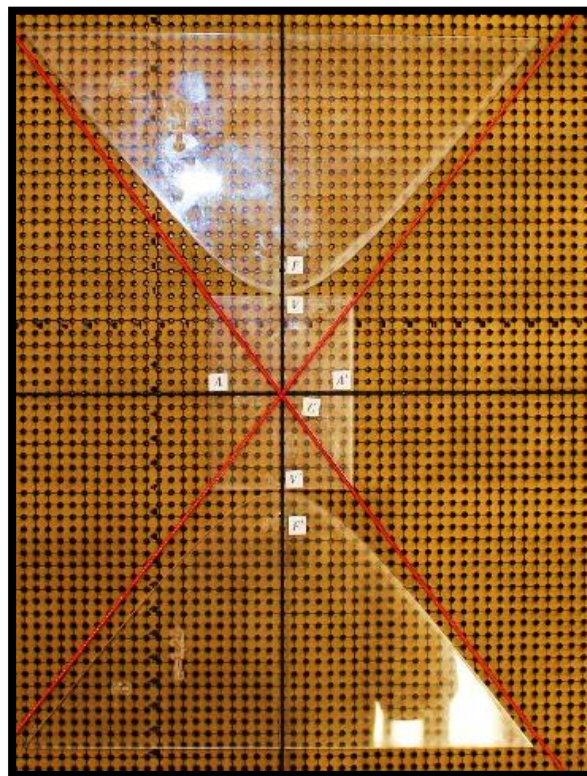


Imagen 29. Hipérbola de excentricidad 1,25.



- f) Una vez armado el montaje. Use la ecuación de la distancia entre dos puntos y calcule \overline{PF} y $\overline{PF'}$ utilizando únicamente la nomenclatura.

- g) Use la definición de hipérbola: $||\overline{PF}| - |\overline{PF'}|| = 2a$, desarrolle esta igualdad y simplifique.

- h) Mediante la traslación de los ejes coordenados obtenemos: $x = x' + h$ y $y = y' + k$.
Procedemos a despejar tanto x' como y' ; reemplazamos en la ecuación de la hipérbola de centro en el origen y paralela al eje Y .

$$\frac{y'^2}{a^2} - \frac{x'^2}{b^2} = 1$$

**Reflexión:**

- ¿Cuál es la característica que define a una hipérbola paralela al eje Y y con centro $(h; k)$?
- ¿Cómo obtiene las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbola ordinaria?
- ¿La condición geométrica que define a la hipérbola permite la obtención de la ecuación de la hipérbola de centro $(h; k)$?

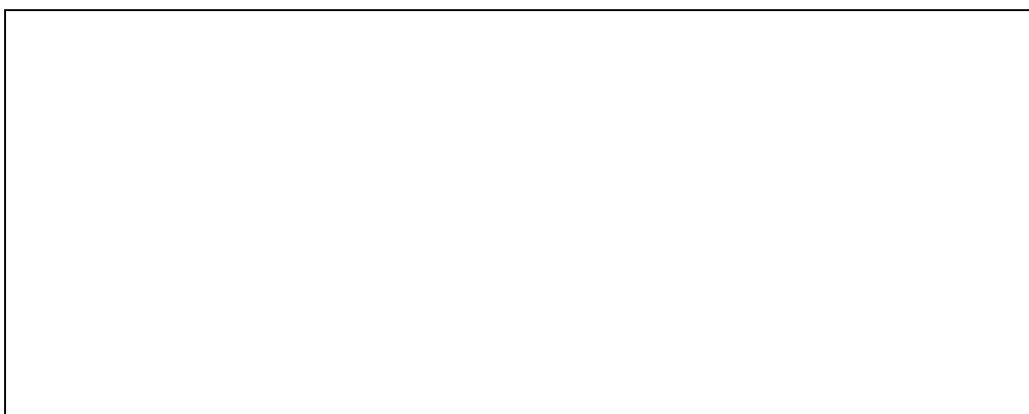
4. CONCLUSIÓN

La ecuación que representa a la hipérbola con centro $(h; k)$ y eje coincidente con el eje " Y " es:

5. EJERCICIOS PROPUESTOS

Realice las siguientes actividades:

- Utilice el acetato N°9.
- Emplee las respectivas plantillas respecto a la gráfica.
- Arme el correspondiente montaje.
- Encuentre las coordenadas de los focos y vértices de la figura.



- Calcule la distancia del eje transversal $\overline{VV'}$ y eje conjugado $\overline{AA'}$.

$$\overline{VV'}_{cal} \text{ _____ cm}$$

$$\overline{AA'}_{cal} \text{ _____ cm}$$



- f) Mediante la cinta métrica mida las distancias $\overline{VV'}$ y $\overline{AA'}$.

$\overline{VV'}_{med}$	_____ cm
$\overline{AA'}_{med}$	_____ cm

- g) Verifique:

Las distancias $\overline{VV'}_{med}$ y $\overline{VV'}_{cal}$ son _____

Las distancias $\overline{AA'}_{med}$ y $\overline{AA'}_{cal}$ son _____

- h) Halle la ecuación de la hipérbola.

[illegible]

LA HIPÉRBOLA

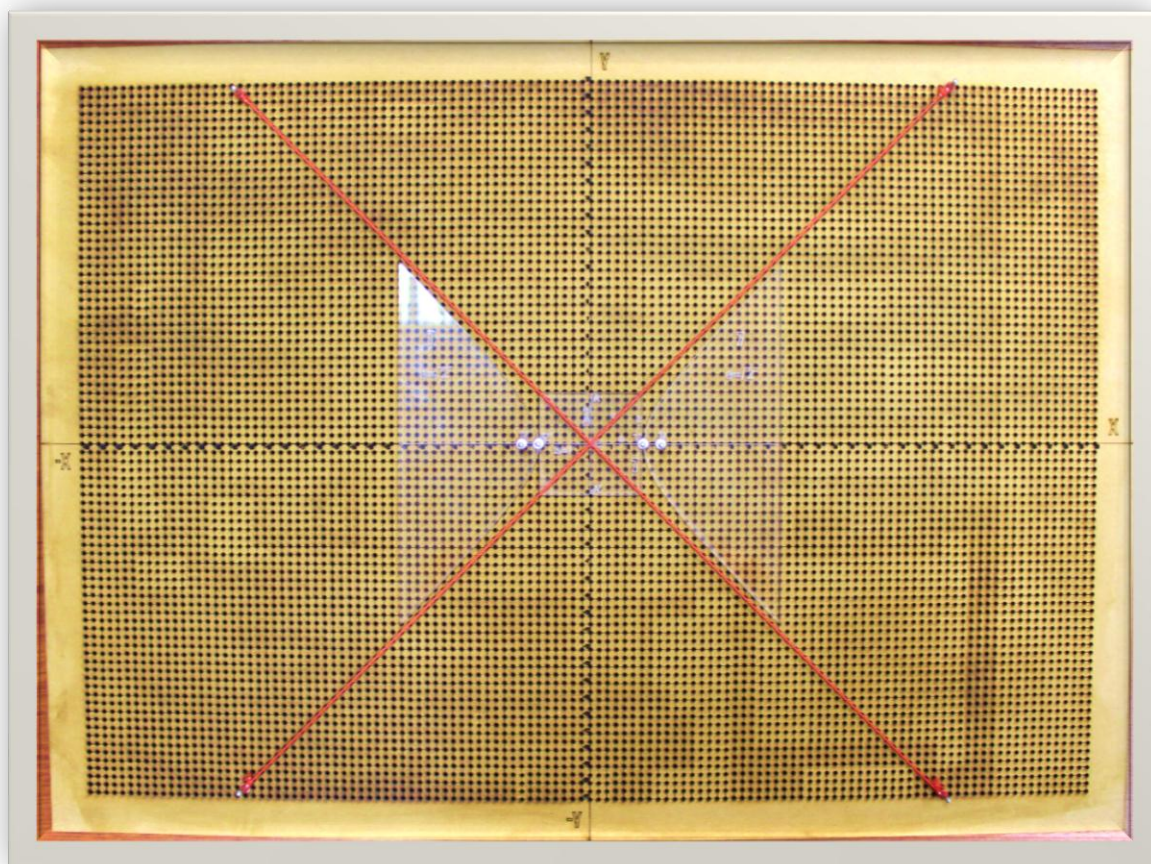


Imagen 30. Hipérbola Equilátera.

Práctica N°7

Hipérbola Equilátera o Rectangular

Autor:

Fecha:

1. OBJETIVO

Descubrir la ecuación de la hipérbola equilátera cuyos ejes transverso y conjugado son de igual longitud.

2. MATERIALES

- Geo-plano de madera A2.
- Set de cuerdas y pines.
- Cinta métrica.
- Plantilla N°7.
- Rectángulo N°7.

3. PROCEDIMIENTO

NOTA: Al momento de utilizar el geo-plano, plantillas y respectivos pines; tener cuidado al insertar éstos en cada orificio debido a que podría dañar los instrumentos de trabajo.

- a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano A2.

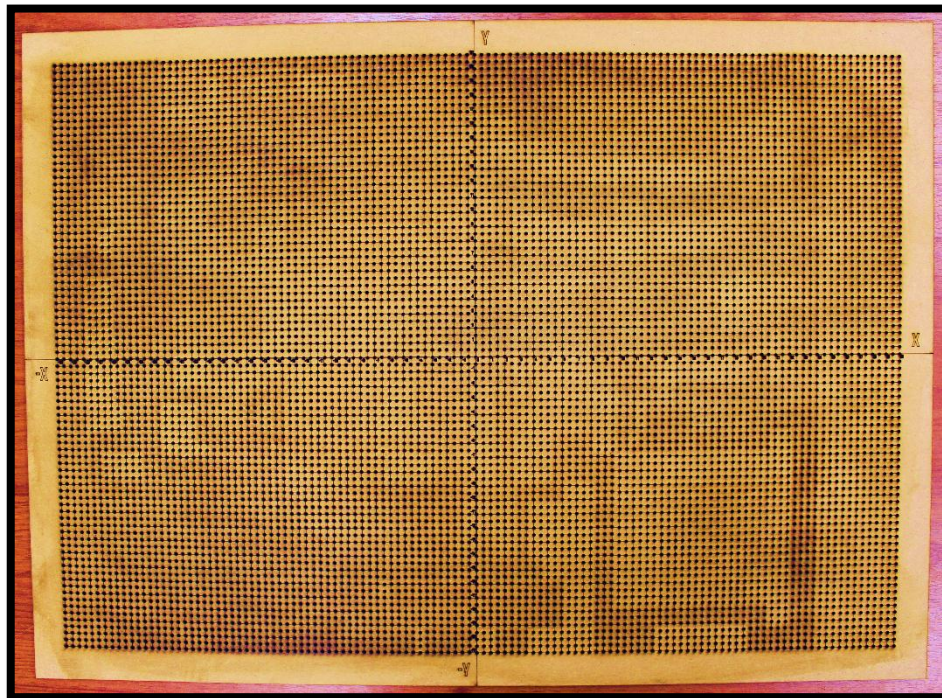


Imagen 31. Geo-plano A2.

- b) Ubique las coordenadas de los vértices: $V(a, 0)$ y $V'(-a, 0)$ y el segmento acotado por $A(b, 0)$ y $A'(-b, 0)$ sobre el centro de coordenadas en el origen.

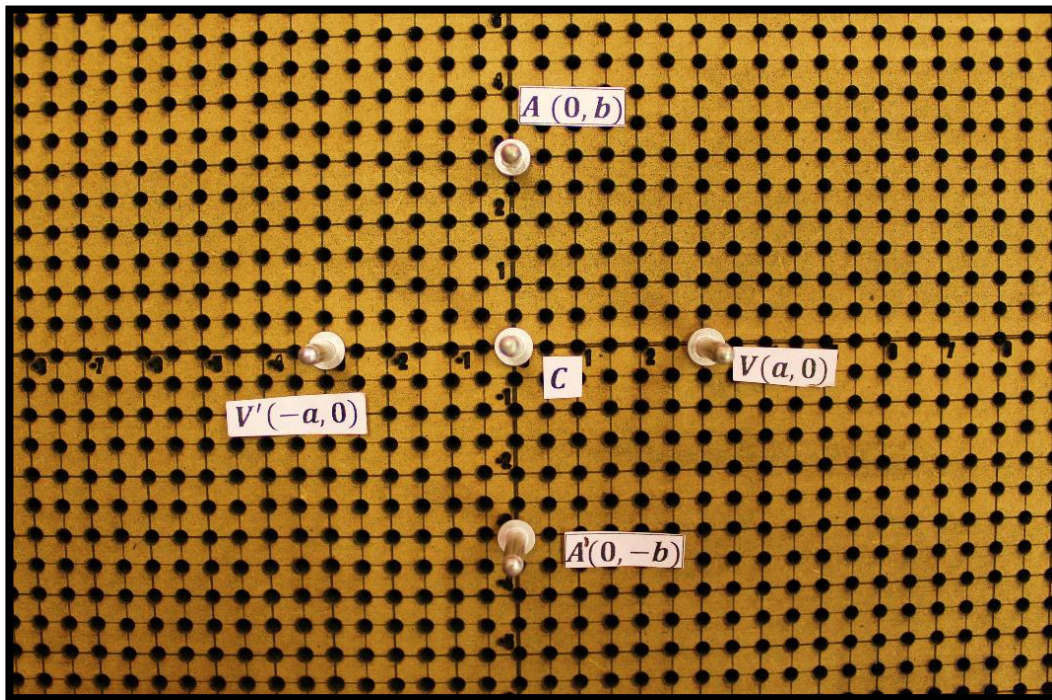


Imagen 32. Ubicación de coordenadas.

- c) Ubique el rectángulo N°7 de longitud $2a = 6$ cm y $2b = 6$ cm con un ángulo de 45° sobre el centro de coordenadas en el origen; y verifique que sus coordenadas coincidan con el sistema de referencia.

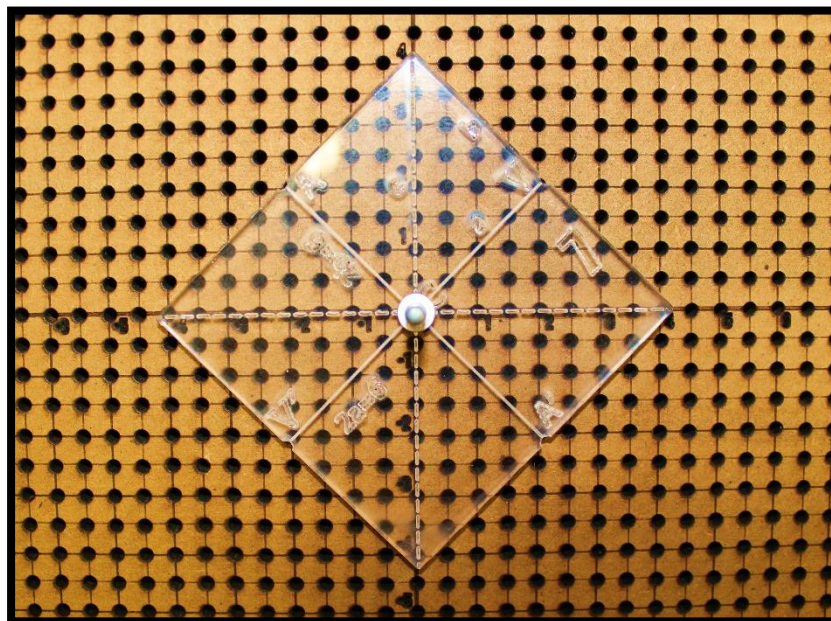


Imagen 33. Ubicación del rectángulo N°7.

- d) Una vez ubicado en el plano de referencia el rectángulo N°7, proceda a trazar las asíntotas pertenecientes a la hipérbola de eje transverso y eje conjugado de igual longitud.

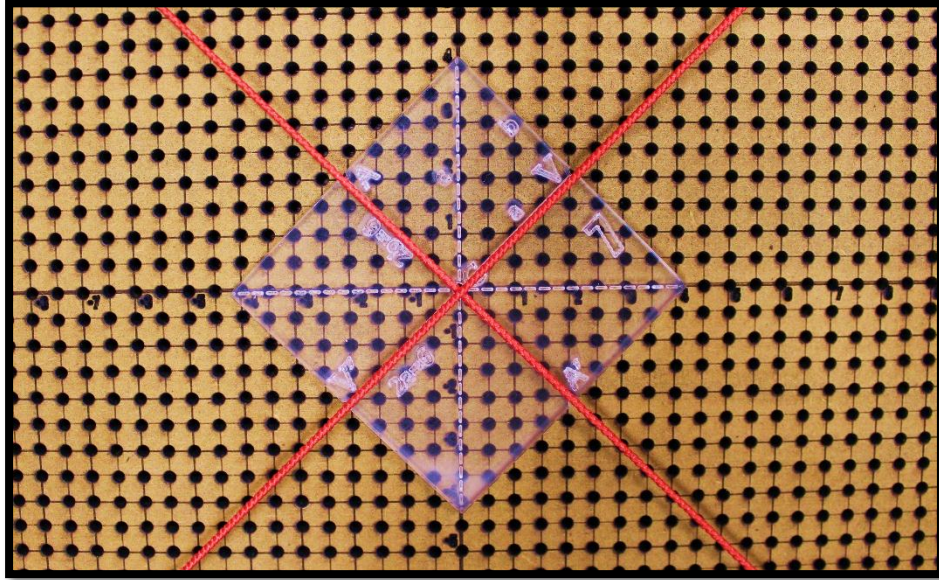


Imagen 34. Trazado de asíntotas.

- e) Del set de hipérbolas utilice la plantilla N°7 correspondiente a la hipérbola de excentricidad $\sqrt{2}$ y colóquela sobre el origen de coordenadas y sus respectivos vértices.

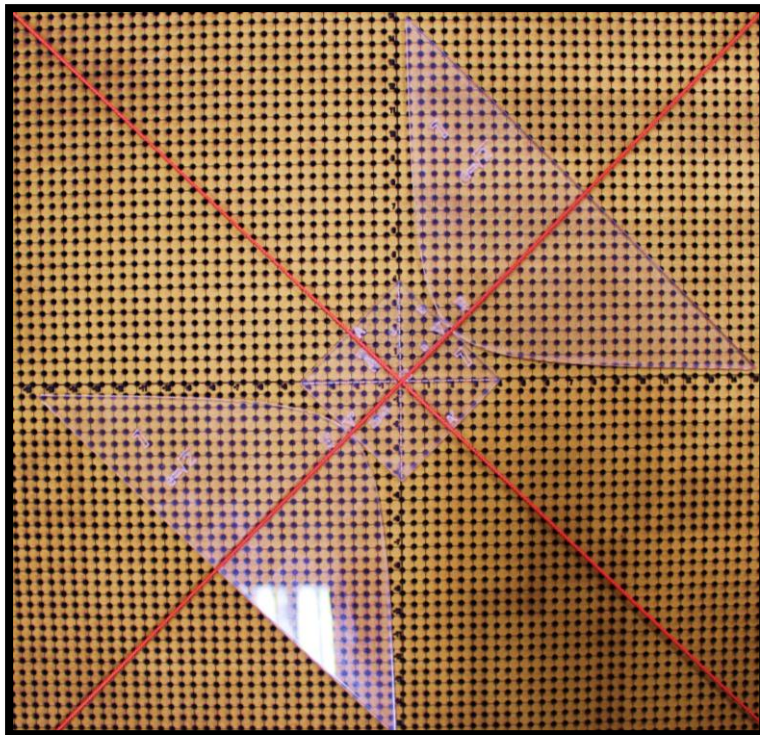


Imagen 34. Hipérbola de excentricidad $\sqrt{2}$.



- f) Una vez armado el montaje. Utilice la cinta métrica y mida la distancia entre $P(x; y)$ y $F(c; 0)$ dado en la tabla N°6. Escribir el valor en la columna de \overline{PF}_{med} .
- g) Use la ecuación de la distancia entre dos puntos y calcule la distancia entre $P(x; y)$ y $F(c; 0)$. Escribir el valor en la columna de \overline{PF}_{cal} .
- h) Utilice la cinta métrica y mida la distancia entre $P(x; y)$ y $F'(-c; 0)$ dado en la tabla N°6. Escribir el valor en la columna de $\overline{PF'}_{med}$.
- i) Use la ecuación de la distancia entre dos puntos, calcule la distancia entre $P(x; y)$ y $F'(-c; 0)$. Escribir el valor en la columna de $\overline{PF'}_{cal}$.
- j) Calcular el error relativo mediante: $\varepsilon = \left| \frac{\overline{PF}_{med} - \overline{PF}_{cal}}{\overline{PF}_{cal}} \right|$ y $\varepsilon = \frac{\overline{PF'}_{med} - \overline{PF'}_{cal}}{\overline{PF'}_{cal}}$ Escribir el resultado en la columna designada para ε .
- j.1) ¿Qué puede concluir respecto a los ε ?
- k) Mida las distancias comprendidas entre " a " al centro y " b " al centro de la hipérbola y anótela en la columna correspondiente:
- k.1) Compare las dos últimas columnas ¿existe alguna relación entre estos valores?

4. LECTURAS Y CÁLCULOS

Tabla 38.

$P(x; y)$		\overline{PF}_{med}	\overline{PF}_{cal}	ε	$\overline{PF'}_{med}$	$\overline{PF'}_{cal}$	ε	a	b
x	y	cm	cm	%	cm	cm	%	cm	cm



- 1) Use la definición de hipérbola: $||\overline{PF}| - |\overline{PF'}|| = 2a$, reemplace los valores obtenidos de \overline{PF} y $\overline{PF'}$ de la tabla N°6; en la ecuación desarrolle esta igualdad y simplifique.

Reflexión:

- ¿Cuál es la característica que define a una hipérbola equilátera?
- ¿Cómo obtiene las ecuaciones de las asíntotas?
- ¿Puede ser " b " mayor o igual que " a " ?
- Compare las dos últimas columnas ¿existe alguna relación entre estos valores?

5. CONCLUSIÓN

Debido a la _____ entre la relación $||\overline{PF_{med}}| - |\overline{PF'_{med}}|| = 2a$ y la _____ entre $||\overline{PF_{cal}}| - |\overline{PF'_{cal}}|| = 2a$; la ecuación que representa la ecuación ordinaria de las hipérbolas equiláteras es _____.

Por tanto, el modelo matemático que define a las hipérbolas equiláteras es:

6. EJERCICIOS PROPUESTOS

Realice las siguientes actividades:

- a) Utilice el acetato N°12.
- b) Emplee las respectivas plantillas respecto a la gráfica.
- c) Arme el correspondiente montaje.



- d) Encuentre las coordenadas de los focos y vértices de la figura.



- e) Calcule la distancia del eje transversal $\overline{VV'}$ y eje conjugado $\overline{AA'}$.

$\overline{VV'}_{cal}$ _____ cm
$\overline{AA'}_{cal}$ _____ cm

- f) Mediante la cinta métrica mida las distancias $\overline{VV'}$ y $\overline{AA'}$.

$\overline{VV'}_{med}$ _____ cm
$\overline{AA'}_{med}$ _____ cm

- g) Verifique:

Las distancias $\overline{VV'}_{med}$ y $\overline{VV'}_{cal}$ son _____
Las distancias $\overline{AA'}_{med}$ y $\overline{AA'}_{cal}$ son _____

- h) Halle la ecuación de la hipérbola.



LA HIPÉRBOLA

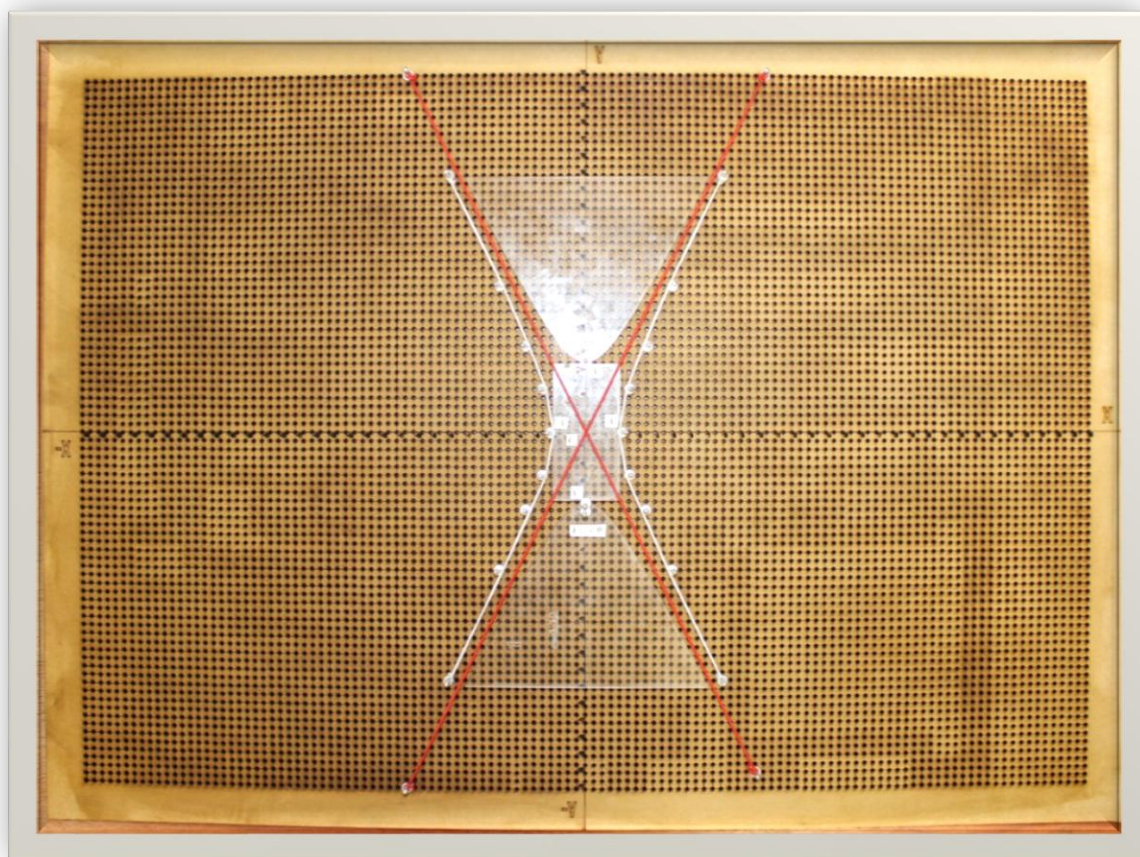


Imagen 35. Hipérbola Conjugada.

Práctica N°8

Hipérbola Conjugada

Autor:

Fecha:

1. OBJETIVO

Encontrar que las hipérbolas conjugadas tienen en común su centro y asíntotas, y que todos sus focos equidistan del centro.

2. MATERIALES

- Geo-plano de madera A2.
- Set de cuerdas y pines.
- Cinta métrica.
- Plantilla N°1.
- Rectángulo N°1.

3. PROCEDIMIENTO

NOTA: Al momento de utilizar el geo-plano, plantillas y respectivos pines; tener cuidado al insertar éstos en cada orificio debido a que podría dañar los instrumentos de trabajo.

m) Utilice el sistema de referencia del geo-plano A2.

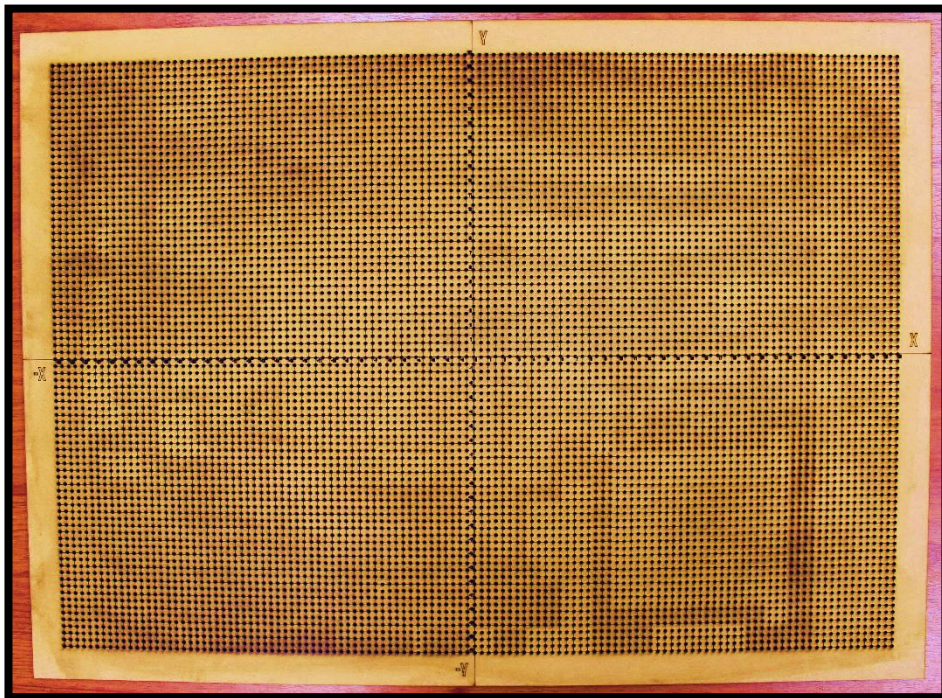


Imagen 36. Geo-plano A2.

- n) Ubique el rectángulo N°1 de longitud $2a = 8 \text{ cm}$ y $2b = 4 \text{ cm}$ sobre el centro de coordenadas en el origen; y verifique que sus coordenadas coincidan con el sistema de referencia.

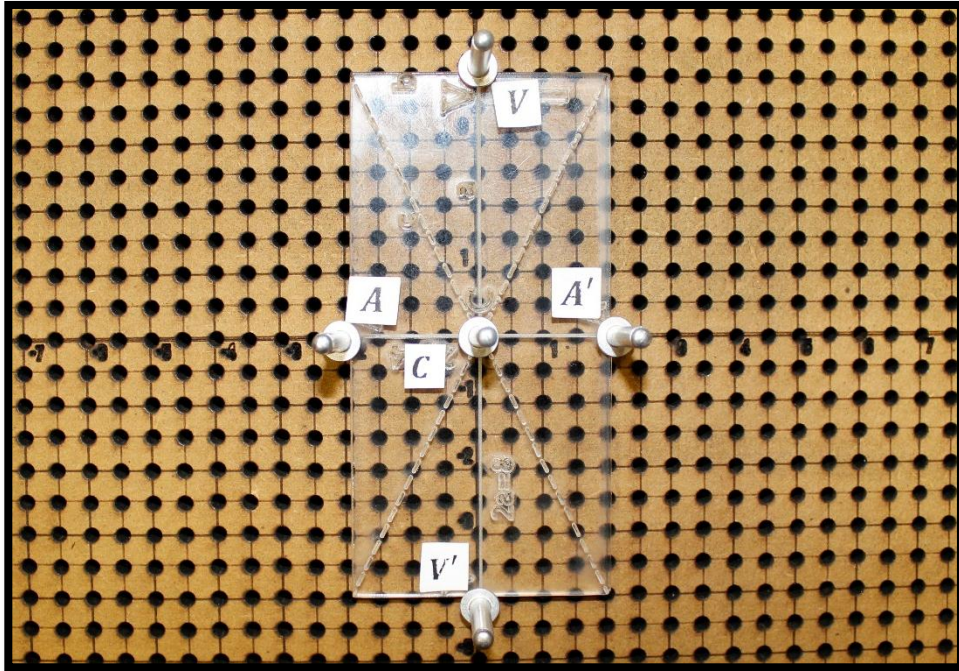


Imagen 37. Ubicación del rectángulo N°1.

- o) Una vez ubicado en el plano de referencia el rectángulo N°1, proceda a trazar las asíntotas pertenecientes a la hipérbola de centro en el origen y paralela al eje Y.

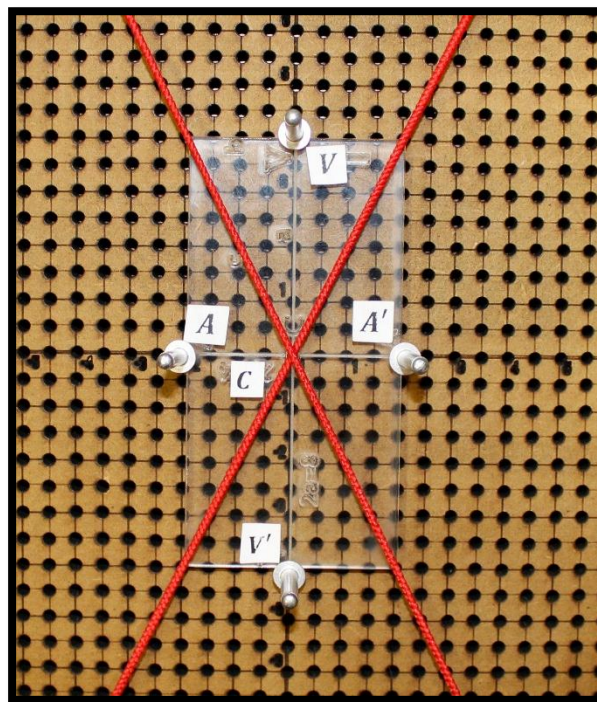


Imagen 38. Trazado de asíntotas.

- p) Del set de hipérbolas utilice la plantilla N°1 correspondiente a la hipérbola de excentricidad 1,12 y colóquela sobre el origen de coordenadas y sus respectivos vértices.

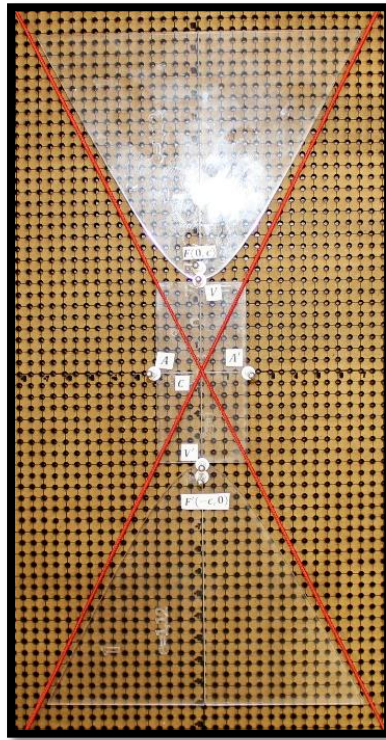


Imagen 39. Hipérbola de excentricidad 1,12.

- q) Una vez armado el montaje. Utilice la cinta métrica y mida la distancia entre $P(x; y)$ y $F(c; 0)$ dado en la tabla N°7. Escribir el valor en la columna de \overline{PF}_{med} .
- r) Use la ecuación de la distancia entre dos puntos para calcular la distancia entre $P(x; y)$ y $F(c; 0)$. Escribir el valor en la columna de \overline{PF}_{cal} .
- s) Utilice la cinta métrica y mida la distancia entre $P(x; y)$ y $F'(-c; 0)$ dado en la tabla N°7. Escribir el valor en la columna de $\overline{PF'}_{med}$.
- t) Use la ecuación de la distancia entre dos puntos para calcular la distancia entre $P(x; y)$ y $F'(-c; 0)$. Escribir el valor en la columna de $\overline{PF'}_{cal}$.
- u) Calcular el error relativo mediante: $\varepsilon = \left| \frac{\overline{PF}_{med} - \overline{PF}_{cal}}{\overline{PF}_{cal}} \right|$ y $\varepsilon = \frac{\overline{PF'}_{med} - \overline{PF'}_{cal}}{\overline{PF'}_{cal}}$ Escribir el resultado en la columna designada para ε .
- i.1) ¿Qué puede concluir respecto a los ε ?



- v) Mida las distancias c del origen a cada uno de los focos y anótelas en la columna correspondiente.
- w) Mida las distancias comprendidas entre el eje transversal y el eje conjugado y anótela en la columna correspondiente:
- k.1) Compare las dos últimas columnas ¿existe alguna relación entre estos valores?

4. LECTURAS Y CÁLCULOS

Tabla 7.

$P(x;y)$		\overline{PF}_{med}	\overline{PF}_{cal}	ϵ	$\overline{PF'}_{med}$	$\overline{PF'}_{cal}$	ϵ	c	$2a$	$2b$
x	y	cm	cm	%	cm	cm	%	cm	cm	cm

- x) Use la definición de hipérbola: $||\overline{PF}| - |\overline{PF'}|| = 2a$, reemplace los valores obtenidos de \overline{PF} y $\overline{PF'}$ de la tabla N°7 en la ecuación; desarrolle esta igualdad y simplifique.

**Reflexión:**

- ¿Cuál es la característica que define a una hipérbola conjugada?
- ¿Los focos de la hipérbola conjugada equidistan siempre de su centro?
- ¿Puede ser de igual dimensión los ejes transverso y conjugado?
- Compare las dos últimas columnas ¿existe alguna relación entre estos valores?

5. CONCLUSIÓN

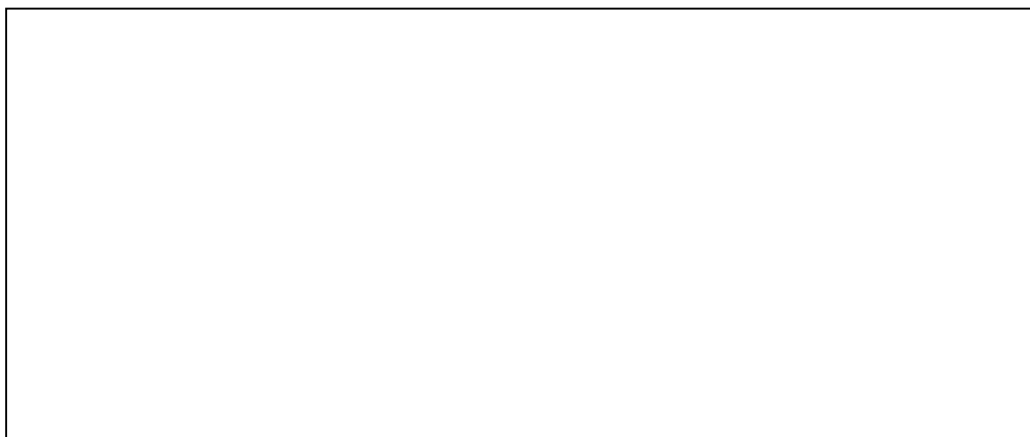
Debido a la _____ entre la relación $\left| \overline{PF}_{med} \right| - \left| \overline{PF'}_{med} \right| = 2a$ y la _____ entre $\left| \overline{PF}_{cal} \right| - \left| \overline{PF'}_{cal} \right| = 2a$; la ecuación que representa la ecuación ordinaria de las hipérbola equilátera es _____.

Por tanto, el modelo matemático que define a la hipérbola equilátera es:

**6. EJERCICIOS PROPUESTOS**

Realice las siguientes actividades:

- Utilice el acetato N°8.
- Emplee las respectivas plantillas respecto a la gráfica.
- Arme el correspondiente montaje.
- Encuentre las coordenadas de los focos y vértices de la figura.





- e) Calcule las distancias del eje transverso $\overline{VV'}$ y eje conjugado $\overline{AA'}$.

$\overline{VV'}_{cal}$ _____ cm
$\overline{AA'}_{cal}$ _____ cm

- f) Mediante la cinta métrica mida las distancias $\overline{VV'}$ y $\overline{AA'}$.

$\overline{VV'}_{med}$ _____ cm
$\overline{AA'}_{med}$ _____ cm

- g) Verifique:

Las distancias $\overline{VV'}_{med}$ y $\overline{VV'}_{cal}$ son _____
Las distancias $\overline{AA'}_{med}$ y $\overline{AA'}_{cal}$ son _____

- h) Halle la ecuación de la hipérbola.

--



RECOMENDACIONES

En el presente trabajo de graduación se desarrolló el tema de la hipérbola, contenido perteneciente a la Geometría Analítica, vinculado a la utilización del laboratorio de Matemáticas mediante una guía didáctica y sus respectivos materiales didácticos; por ende, se hace hincapié en que los estudiantes de la carrera continúen elaborando materiales que vayan acorde a los temas faltantes de la asignatura.

Los docentes encomendados para dictar esta asignatura deben tener conocimiento sobre la utilización de estos recursos educativos, que se centran en la elaboración de prácticas en el laboratorio. De tal forma, que los contenidos tengan un engranaje con la teoría y práctica generando en el docente una nueva forma de enseñar y en el estudiante una nueva forma de aprender en base a nuevas estrategias metodológicas que faciliten y optimicen el proceso de enseñanza-aprendizaje de la hipérbola en el aula.

El momento de desarrollar los contenidos de la asignatura implementar el uso de estos recursos educativos de manera paulatina en cada clase, ya que así el estudiante tendrá conocimiento acerca la disponibilidad de éstos y podrá manipularlos de manera correcta en las diferentes prácticas que involucren el armar montajes acerca la hipérbola.

La utilización de la guía didáctica con su respectivo material didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la hipérbola en los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física facilita la comprensión de los contenidos; al mismo tiempo propicia a que éste genere un nexo entre la teoría y la práctica. Además, se debe dar al estudiante unas previas indicaciones por parte del docente acerca los materiales didácticos disponibles en ésta área de estudio, para de esta forma preservarlos de manera íntegra.



CONCLUSIONES

La globalización promueve que el contexto educativo incursione en nuevos modelos de enseñanza-aprendizaje, que ponen de manifiesto el uso de recursos educativos dentro del aula. De tal forma, que la construcción del conocimiento genere un aprendizaje significativo en los estudiantes y una enseñanza eficaz en los docentes.

La pluralidad de aprendizajes que se encuentran presentes en el aula por parte de los estudiantes evidencia la necesidad de disponer de una variedad de recursos educativos idóneos para cada área de estudio que complementen y apoyen la enseñanza por parte de los docentes. Tal es el caso de la Geometría Analítica, debido a que ésta es de carácter abstracto se requiere de aquellos recursos didácticos que faciliten la consolidación del conocimiento de los estudiantes.

La innovación de la educación obedece al principio de la didáctica, ya que esta ciencia se encarga de manera general acerca los nuevos modelos, métodos, estrategias, materiales de enseñanza que el docente crea conveniente elaborar e implementar dentro del aula de clase, dinamizando el proceso educativo.

Los resultados obtenidos a partir de la encuesta aplicada a los estudiantes de la Carrera de Matemática y Física apoyan el cometido de este trabajo de graduación, por ende, indican la falta de recursos educativos para cierta área de estudio y enfatizan el uso del laboratorio de Matemáticas, mediante recursos educativos como la guía didáctica con su respectivo material didáctico orientadas a la elaboración de prácticas acerca la hipérbola.

En la propuesta se construyó ciertos materiales basados de manera específica en la hipérbola; sin embargo, también se generó materiales que puedan ser utilizados con otros temas de la Geometría Analítica siendo así una herramienta disponible en el laboratorio de Matemáticas y Física de la carrera.



BIBLIOGRAFÍA

- Ausubel, D., & Novak, J. y. (1983). *Psicología Educativa*. México: Trillas.
- Ausubel, N. &. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Batanero, C.; Godino, J.; Font, V.; (2004). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.
- Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas*. Recherches en didactique des mathematiques, 7(2), 33-115. Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones. Buenos Aires: Paidós Educador.
- Brousseau, G. (1999). Educación y Didáctica de las matemáticas. Recuperado de www.matetam.com/sites/default/files/discurso_ag.s.doc.
- Bustos, F. (2002). *Peligros del Constructivismo*. Educere, 204-210.
- Bustos, A. (2005). *Estrategias didácticas para el uso de las TIC's en la docencia universitaria presencial*. Barcelona. Editorial Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Carvajal, M. (2009). *La Didáctica*. Recuperado de http://www.fadp.edu.co/uploads/ui/articulos/LA_DIDACTICA.pdf
- D'Amore, B. (2011). *Didáctica de la Matemática*. Segunda Edición. Bologna: Pitagora.
- Educación, M. d. (2014). *Matemática*. Quito, Ecuador: El Telégrafo.
- Font, V. (2001). *Reflexiones Didácticas desde y para el aula expresiones simbólicas a partir de gráficas en el caso de la parábola*. Revista Educación Matemática, Vo.6 Número 2.
- García, L. (2002): *La Educación a Distancia, de la teoría a la práctica*, Madrid, Ed. Ariel, S.A.
- García, L. (2014). *La Guía Didáctica*. Recuperado de <http://www.uned.es/catedraunesco-ead/editorial/p7-2-2009.pdf>.



- Godino, J. y Ruiz, F. (2002). *Geometría y su Didáctica para Maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada, Granada.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada. Granada.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas Para Maestros*. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>.
- González, J. (2007). *John Dewey y la Pedagogía Progresista*. Barcelona.
- González Pérez, J., & Criado Del Pozo, M. J. (2009). *Psicología de la educación para una enseñanza práctica*. Madrid: ccs.
- Horacio, R. (2013). *Las secciones cónicas en la escuela secundaria: un análisis matemático y didáctico*. (Tesis de magister). Universidad Nacional de General Sarmiento, Buenos Aires.
- Ineval. (2016). *Informe de resultados provinciales Ser Bachiller ciclo 2015-2016*. Recuperado de <http://www.evaluacion.gob.ec/evaluaciones/>
- Iñiguez, H. (2002). *Geometría Analítica*. Quito: Escuela Politécnica del Ejército.
- Jiménez, R. (2006). *Geometría Analítica*. Chihuahua, México: Editorial Pearson.
- Lehman, C. H. (1994). *Geometría Analítica*. México, D.F.: Limusa, S.A.
- Marín Ibáñez, R. (1999): *El Aprendizaje abierto y a distancia*. Loja-Ecuador, Ed. UTPL.
- Ministerio de Educación. (2016). *Matemáticas*. Quito.
- Ministerio de Educación y Cultura de Uruguay. (2015). *Historia de las matemáticas*. Uruguay. Recuperado de [http://www.edu.mec.gub.uy/biblioteca_digital/libros/Anonimos/Anonimo %20-%20Historia%20de%20las%20Matematicas.pdf](http://www.edu.mec.gub.uy/biblioteca_digital/libros/Anonimos/Anonimo%20-%20Historia%20de%20las%20Matematicas.pdf)>.



- Moreira, M. (2000). *Aprendizaje significativo crítico*. Recuperado de <http://www.if.ufrgs.br/~Moreira/apsigsubesp.pdf>
- Moreira, M. (2010). *Aprendizaje significativo crítico*. Recuperado de <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigcritesp.pdf>
- Morín, E. (1990). *Introducción al Pensamiento Complejo*. Gedisa, España.
- Muñoz, P. A. (2012). *Elaboración de material didáctico*. Recuperado de http://www.aliatuniversidades.com.mx/bibliotecasdigitales/pdf/Derecho_y_ciencias_sociales/Elaboracion_material_didactico.pdf
- Novak, J. D. y Gowin, D. B. (1988) *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Martínez Roca.
- Soto, A. (2013). *El papel de la geometría analítica en la enseñanza de las matemáticas en la educación básica y media*. (Tesis de magister). Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
- Tizón, G. (2008). *Las Tic en la educación*. Carolina del norte. Editorial Lulupress Inc.



ANEXOS

ANEXO 1

ENCUESTA

El objetivo de esta encuesta es identificar el problema que existe en el aprendizaje de la Geometría Analítica, en el tema de la Hipérbola en los estudiantes de la Universidad de Cuenca de la Carrera de Matemáticas y Física. La información obtenida será utilizada únicamente como datos para desarrollar nuestro trabajo de titulación y se mantendrá absoluta confidencialidad, por lo que le solicitamos que responda con honestidad a cada pregunta.

Instrucciones: Lea atentamente cada una de las preguntas, revise todas las opciones y marque con una X la alternativa que más lo identifique.

CICLO: _____

SEXO: M _____ F _____

FECHA: _____

PREGUNTAS:

1. ¿En qué especialidad obtuvo su título de bachiller?

Físico-Matemáticas		Secretariado y Contabilidad	
Químico-Biológicas		Ciencias Sociales	
Ciencias Generales		Informática	
Ciencias Agropecuarias		Otras	

2. ¿Le gusta la Geometría Analítica?

Bastante _____
Mucho _____
Poco _____

3. Al estudiar la Geometría Analítica: ¿usted presentó dificultades?

Siempre		A veces		Casi Nunca		Nunca	
---------	--	---------	--	------------	--	-------	--

4. La Geometría Analítica es para Ud.

Abstracta y memorística		Práctica	
Difícil		Otras	
Concreta			



5. ¿Qué recursos didácticos utiliza el docente con mayor frecuencia en cada clase? Señale una opción correspondiente a cada literal.

OPCIONES	Siempre	A veces	Casi Nunca	Nunca
a) Pizarra				
b) Audiovisuales				
c) Libros				
d) Material de apoyo				
e) Otros				

6. Considero que el temario y los contenidos de la asignatura son... (Por favor, marca tantas opciones como consideres oportunas).

OPCIONES	Siempre	A veces	Casi Nunca	Nunca
Son complicados				
De mucho interés				
Entretenidos				
Son aburridos.				

7. En la asignatura de Geometría Analítica, la clase fue impartida por parte del docente de manera:

OPCIONES	Siempre	A veces	Casi Nunca	Nunca
Teórica				
Práctica				
Teórica-Práctica				

8. Los contenidos de la Geometría Analítica serían ideales aprenderlos en... (Por favor, señale una opción)

OPCIONES	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Neutral	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
La pizarra					
Utilizando material concreto					
Realizando prácticas de laboratorio					

9. ¿Cuál es tu nivel de satisfacción general con esta asignatura?

Muy satisfecho		Satisfecho		Insatisfecho	
----------------	--	------------	--	--------------	--



10. ¿Considera oportuna la implementación de una guía didáctica para el aprendizaje de la Hipérbola?

Totalmente de acuerdo		De acuerdo		Neutral		En desacuerdo		Totalmente en desacuerdo	
-----------------------	--	------------	--	---------	--	---------------	--	--------------------------	--

11. ¿Considera que el uso de una guía didáctica facilitaría la comprensión de los conceptos y ejercicios acerca la hipérbola?

Totalmente de acuerdo		De acuerdo		Neutral		En desacuerdo		Totalmente en desacuerdo	
-----------------------	--	------------	--	---------	--	---------------	--	--------------------------	--

12. La utilización de material concreto con su respectiva guía facilitaría el proceso de aprendizaje de la hipérbola.

Totalmente de acuerdo		De acuerdo		Neutral		En desacuerdo		Totalmente en desacuerdo	
-----------------------	--	------------	--	---------	--	---------------	--	--------------------------	--

13. ¿Considera que los docentes de la Carrera en la asignatura de Geometría Analítica deben utilizar material concreto y guías que permitan mejorar su metodología?

SÍ_____ NO_____

14. Si los contenidos de la Hipérbola los enlazáramos con material concreto, aprenderlos resultaría:

Muy difícil		Difícil		Fácil		Muy fácil	
-------------	--	---------	--	-------	--	-----------	--

15. ¿Conoce si en la carrera de Matemáticas y Física existen recursos didácticos que el docente pueda utilizar para una mejor enseñanza de la Geometría Analítica?

SÍ_____ NO_____

16. Al utilizar una guía didáctica realizando prácticas en el laboratorio de matemáticas, ¿se facilitaría la comprensión de la asignatura de la Geometría Analítica?

SÍ_____ NO_____



17. ¿Usted presentó dificultades al estudiar el tema de la hipérbola?

Siempre		A veces		Casi Nunca		Nunca	
---------	--	---------	--	------------	--	-------	--

18. En la asignatura de Geometría Analítica, qué dificultades presentó al abordar el estudio sobre la hipérbola.

OPCIONES	Siempre	A veces	Casi Nunca	Nunca
Proceso Teórico				
Proceso Analítico				
Demostraciones				
Resolución de ejercicios				

ANEXO 3

MATERIALES CONSTRUÍDOS

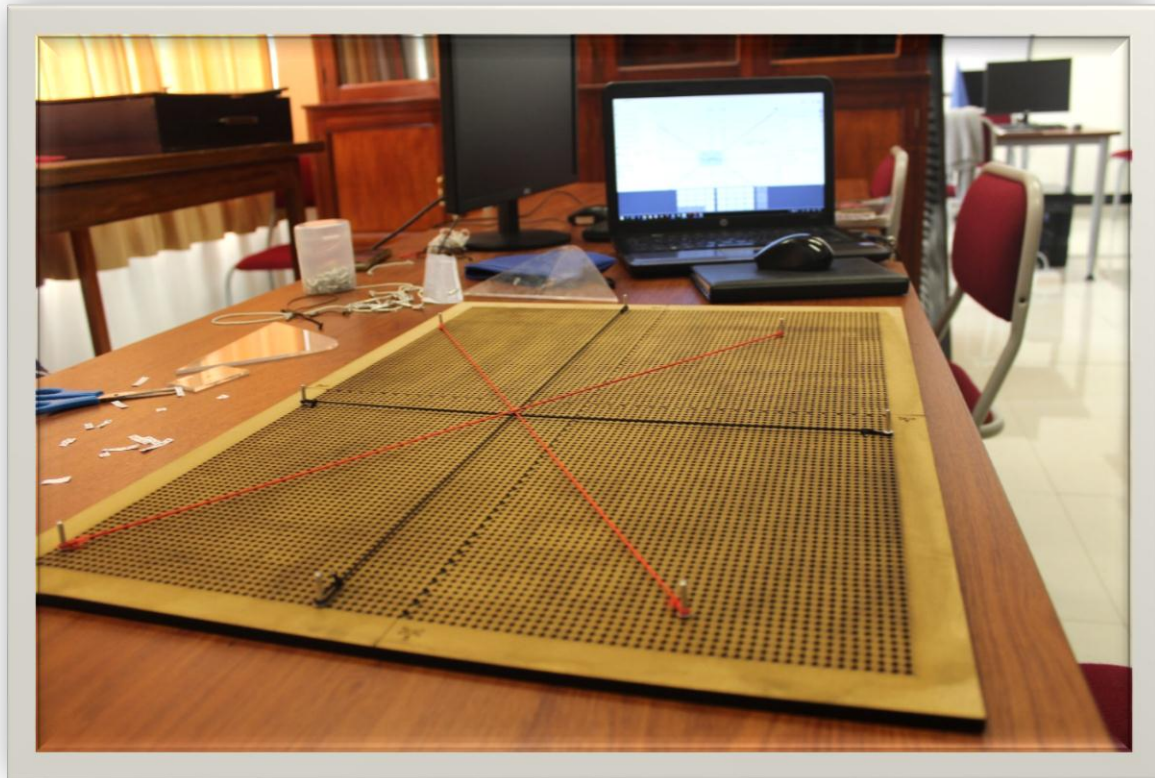


Imagen 40. Geo-plano de madera A2.

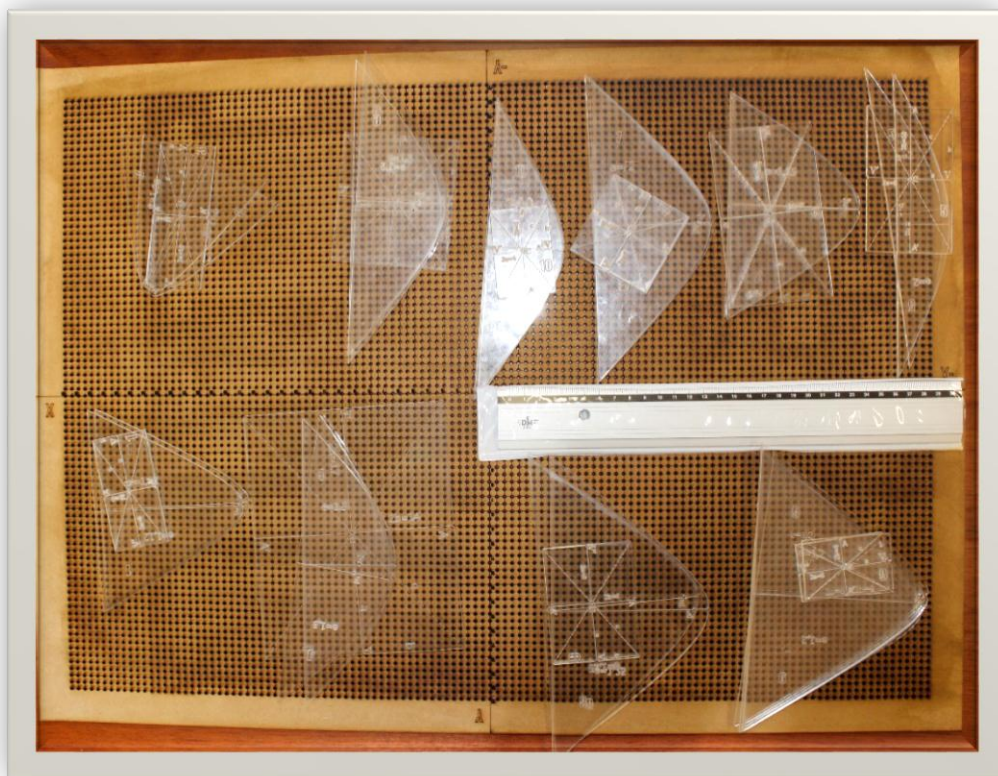


Imagen 41. Hipérbolas y rectángulos en acrílico.

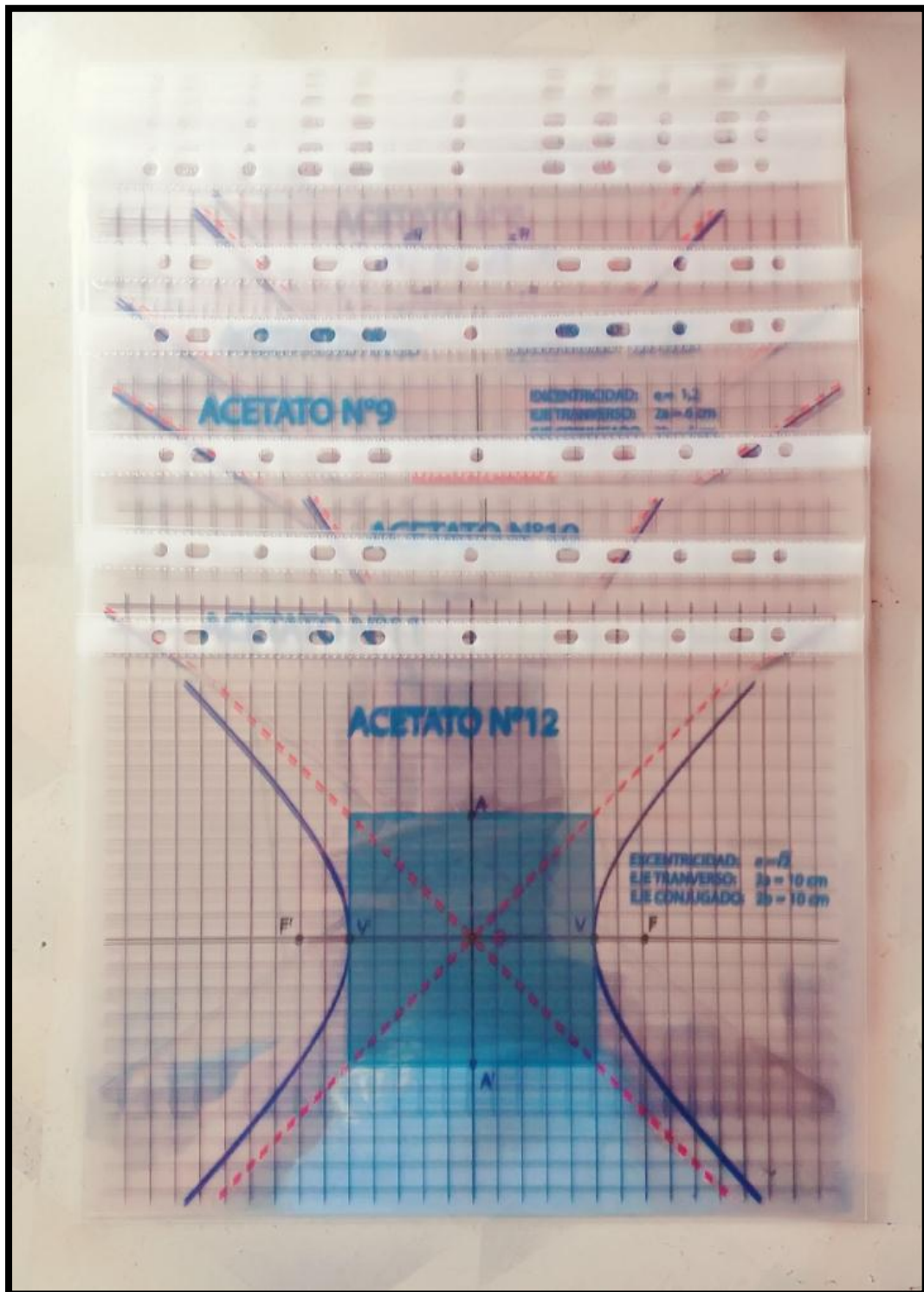


Imagen 42. Hipérbolas impresas en Acetatos.

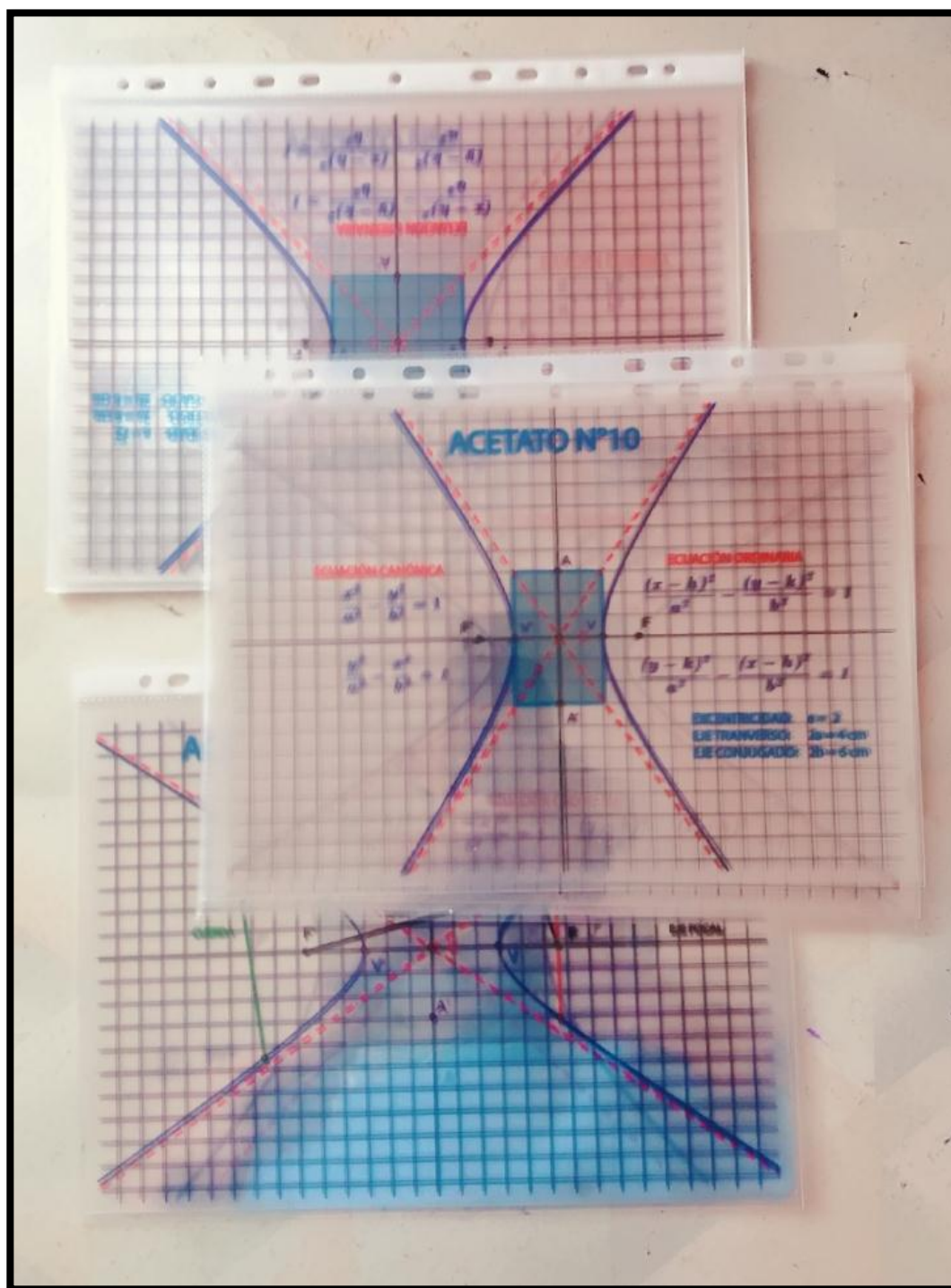


Imagen 43. Acetatos numerados para cada práctica de Laboratorio.